

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (OLD) – EXAMINATION – Winter-2024

Subject Code: 310034

Date: 23-01-2025

Subject Name: Mathematics - I

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Que. 1 Fill in the blanks.

14

પ્રશ્ન.૧ ખાલી જગ્યા પૂરો.

૧૪

1. $\log_3 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) -2 (B) 27 (C) 2 (D) 0

૧. $\log_3 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) -2 (B) 27 (C) 2 (D) 0

2. $\log 1 \cdot \log 2 \cdot \log 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) 0 (B) $\log 6$ (C) $\log \frac{3}{2}$ (D) 6

૨. $\log 1 \cdot \log 2 \cdot \log 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) 0 (B) $\log 6$ (C) $\log \frac{3}{2}$ (D) 6

3. $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) -8 (B) 38 (C) -2 (D) -38

૩. $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) -8 (B) 38 (C) -2 (D) -38

4. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ then $Adj(A) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

૪. જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ તો $Adj(A) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & -8 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

૫. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & -8 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

6. If 3, x , 27 are in geometric progression then $x =$ _____
 (A) -3 (B) 6 (C) 9 (D) 3
૬. જો 3, x , 27 એ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં હોય તો $x =$ _____
 (A) -3 (B) 6 (C) 9 (D) 3
7. The total number of terms in the expansion of $\left(x + \frac{1}{3x}\right)^8$ is _____
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
૭. $\left(x + \frac{1}{3x}\right)^8$ ના વિસ્તરણમાં કુલ પદોની સંખ્યા _____ થાય.
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
8. $\binom{5}{2} =$ _____
 (A) 10 (B) 5 (C) 15 (D) 20
૮. $\binom{5}{2} =$ _____
 (A) 10 (B) 5 (C) 15 (D) 20
9. $\vec{a} \times \vec{a} =$ _____
 (A) $|\vec{a}|^2$ (B) $2\vec{a}$ (C) $\vec{0}$ (D) 0
૯. $\vec{a} \times \vec{a} =$ _____
 (A) $|\vec{a}|^2$ (B) $2\vec{a}$ (C) $\vec{0}$ (D) 0
10. If $\vec{a} = (1, -1, 2)$ and $\vec{b} = (3, 2, -1)$ then $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____
 (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2
૧૦. જો $\vec{a} = (1, -1, 2)$ અને $\vec{b} = (3, 2, -1)$ તો $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____ થાય.
 (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2
11. $120^\circ =$ _____ radian
 (A) $\frac{3\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) 2π (D) 3π
૧૧. $120^\circ =$ _____ રેડિયન
 (A) $\frac{3\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) 2π (D) 3π
12. $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2} =$ _____
 (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2
૧૨. $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2} =$ _____
 (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2
13. $\tan^{-1}(1) =$ _____
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{4}$
૧૩. $\tan^{-1}(1) =$ _____
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{4}$
14. The principle period of $\cos x$ is _____
 (A) π (B) 2π (C) $-\pi$ (D) -2π
૧૪. $\cos x$ નું મુખ્ય આવર્તમાન _____ થાય.
 (A) π (B) 2π (C) $-\pi$ (D) -2π

Que. 2 (A) Attempt any two.

પ્રશ્ન.2 (A) કોઈપણ બે ગણો.

૬

1. Prove that : $\log_y x \cdot \log_z y \cdot \log_x z = 1$

૧. સાબિત કરો કે $\log_y x \cdot \log_z y \cdot \log_x z = 1$ થાય.

2. Prove that: $\log\left(\frac{9}{15}\right) + \log\left(\frac{12}{81}\right) - \log\left(\frac{20}{225}\right) = 0$

૨. સાબિત કરો કે $\log\left(\frac{9}{15}\right) + \log\left(\frac{12}{81}\right) - \log\left(\frac{20}{225}\right) = 0$ થાય.

3. If $T_8 = 243$ and $T_5 = 9$ for G.P. then find a and r .

૩. જો કોઈ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે $T_8 = 243$ અને $T_5 = 9$. તો a અને r શોધો.

4. Find the middle term of the expansion of $(2x + 3y)^8$

૪. $(2x + 3y)^8$ ના વિસ્તરણમાં મધ્યમ પદ શોધો.

(B) Attempt any two.

8

(B) કોઈપણ બે ગણો.

૮

1. If $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ then prove that $a = b$.

૧. જો $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ તો સાબિત કરો કે $a = b$ થાય.

2. Prove that : $\log_b a^2 \cdot \log_c b^3 \cdot \log_a c^4 = 24$

૨. સાબિત કરો કે $\log_b a^2 \cdot \log_c b^3 \cdot \log_a c^4 = 24$ થાય.

3. Find the constant term in expansion of $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$

૩. $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ ના વિસ્તરણમાં અચળ પદ શોધો.

4. Find $9 + 99 + 999 + 9999 + \dots$ upto n terms.

૪. કિંમત શોધો : $9 + 99 + 999 + 9999 + \dots$ n માં પદ સુધી.

Que. 3 (A) Attempt any two.

6

પ્રશ્ન.3 (A) કોઈપણ બે ગણો.

૬

1. If $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ then find $3A - 2B$.

૧. જો $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ તો $3A - 2B$ શોધો.

2. If $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ then find A^{-1} .

૨. જો $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ તો A^{-1} શોધો.

3. If $\vec{a} = (-3, 2, -1)$, $\vec{b} = (-1, 1, 4)$ and $\vec{c} = (5, -2, 3)$ then find $|2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}|$.

૩. જો $\vec{a} = (-3, 2, -1)$, $\vec{b} = (-1, 1, 4)$ અને $\vec{c} = (5, -2, 3)$ તો $|2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}|$ શોધો.

4. If $\vec{x} = (1, 1, 1)$ and $\vec{y} = (2, -1, -1)$ then find perpendicular unit vector to both given vectors.

૪. આપેલા સદીશો $\vec{x} = (1, 1, 1)$ અને $\vec{y} = (2, -1, -1)$ ને લંબ એકમ સદીશ શોધો.

(B) Attempt any two.

8

(B) કોઈપણ બે ગણો.

૮

1. Solve the given linear system by using matrix $3x - 2y = 8$
 $5x + 4y = 6$

૧. શ્રેણિકની મદદથી આપેલી સુરેખ સમીકરણ સંહતી ઉકેલો: $3x - 2y = 8$
 $5x + 4y = 6$

2. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 5A + 7I = 0$, where I is 2×2 unit matrix.

૨. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A + 7I = 0$, જ્યાં I એ 2×2 એકમ શ્રેણિક છે.

3. The constant forces $2i + 3j + 2k$ and $3i + j + 4k$ are acting on a particle, it moves from $A(1, 2, 0)$ to $B(2, 3, 5)$. Find the total work done.

૩. એક પદાર્થ અનુક્રમે $2i + 3j + 2k$ and $3i + j + 4k$ બળોની અસર નીચે બિંદુ $A(1, 2, 0)$ થી $B(2, 3, 5)$ સુધી ખસે છે, તો પદાર્થે કરેલ કુલ કાર્ય શોધો

4. Prove that angle between vectors $2i + j + 4k$ and $i + j + k$ is $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

૪. સાબિત કરો કે સદીશો $2i + j + 4k$ અને $i + j + k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ છે.

Que. 4 (A) Attempt any two.

6

પ્રશ્ન.૪ (A) કોઈપણ બે ગણો.

૬

1. Prove that $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

૧. સાબિત કરો કે $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

2. Prove that $\tan 50^\circ = \tan 40^\circ + 2\tan 10^\circ$

૨. સાબિત કરો કે $\tan 50^\circ = \tan 40^\circ + 2\tan 10^\circ$

3. Evaluate: $\sin^2\left(37\frac{1}{2}^\circ\right) - \sin^2\left(7\frac{1}{2}^\circ\right)$

૩. કિંમત શોધો: $\sin^2\left(37\frac{1}{2}^\circ\right) - \sin^2\left(7\frac{1}{2}^\circ\right)$

4. Evaluate: $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}$

૪. કિંમત શોધો: $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}$

(B) Attempt any two.

8

(B) કોઈપણ બે ગણો.

૮

1. Prove that $\frac{\sin 4\theta + \sin 6\theta}{\cos 4\theta + \cos 6\theta} = \tan 5\theta$

૧. સાબિત કરો કે $\frac{\sin 4\theta + \sin 6\theta}{\cos 4\theta + \cos 6\theta} = \tan 5\theta$

2. Prove that $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$

૨. સાબિત કરો કે $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$
3. Prove that $\tan 40^\circ = \frac{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}$
૩. સાબિત કરો કે $\tan 40^\circ = \frac{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}$
4. Prove that $\tan \frac{\pi}{20} \cdot \tan \frac{3\pi}{20} \cdot \tan \frac{7\pi}{20} \cdot \tan \frac{9\pi}{20} = 1$
૪. સાબિત કરો કે $\tan \frac{\pi}{20} \cdot \tan \frac{3\pi}{20} \cdot \tan \frac{7\pi}{20} \cdot \tan \frac{9\pi}{20} = 1$
- Que. 5 (A) Attempt any two. 6
- પ્રશ્ન.૫ (A) કોઈપણ બે ગણો. ૬
1. Draw the graph of $y = \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$
૧. $y = \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ નો આલેખ દોરો.
2. In usual notation, in ΔABC , if $a = 4, b = 5, c = 6$ then find R, r and Δ .
૨. પ્રચલિત સંકેતમાં ΔABC માં જો $a = 4, b = 5, c = 6$ તો R, r અને Δ શોધો.
3. In usual notation, in ΔABC , prove that
 $(b - c) \sin A + (c - a) \sin B + (a - b) \sin C = 0$
૩. પ્રચલિત સંકેતમાં ΔABC માટે સાબિત કરો કે
 $(b - c) \sin A + (c - a) \sin B + (a - b) \sin C = 0$
4. Prove that $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
૪. સાબિત કરો કે $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
- (B) Attempt any two. 8
- (B) કોઈપણ બે ગણો. ૮
1. If $\tan \theta = \frac{1}{2}$ then prove that $7 \cos 2\theta + 8 \sin 2\theta = \frac{53}{5}$
૧. જો $\tan \theta = \frac{1}{2}$ તો સાબિત કરો કે $7 \cos 2\theta + 8 \sin 2\theta = \frac{53}{5}$
2. Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{\pi}{4}$
૨. સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{\pi}{4}$
3. Prove that $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \tan \theta$
૩. સાબિત કરો કે $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \tan \theta$
4. Solve ΔABC , where $b = \sqrt{3}, c = 2, m\angle A = 30^\circ$
૪. ΔABC ઉકેલો, જ્યાં $b = \sqrt{3}, c = 2, m\angle A = 30^\circ$