

Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
Diploma Engineering – SEMESTER – 2 (OLD) – EXAMINATION – Winter-2024

Subject Code: 3320003

Date: 07-01-2025

Subject Name: ADVANCED MATHEMATICS(GROUP-2)

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.)

- (1) Distance between the points (4, 5) and (-2, 5) is _____
બિંદુઓ (4, 5) અને (-2, 5) વચ્ચેનું અંતર _____ છે.
(a) $\sqrt{29}$ (b) $\sqrt{61}$ (c) 6 (d) 16
- (2) Slop of line $2x+y-8=0$ is _____
રેખા $2x+y-8=0$ નો ઢાળ _____ છે.
(a) -2 (b) 2 (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$
- (3) If two straight lines having slop m_1 and m_2 are parallel to each other then _____
 m_1 અને m_2 ઢાળવાળી બે સમાંતર રેખાઓ માટે _____ થાય.
(a) $m_1 = m_2$ (b) $m_1 m_2 = -1$ (c) $m_1 m_2 = 1$ (d) $m_1 m_2 = 0$
- (4) Center of circle $x^2 + y^2 = 4$ is _____
વર્તુળ $x^2 + y^2 = 4$ નું કેન્દ્ર _____ છે.
(a) (1, 1) (b) (2, 2) (c) (0, 0) (d) (0, 2)
- (5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1}{x+3} =$ _____
(a) -1 (b) 1 (c) 4 (d) 0
- (6) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 7\theta}{\sin 2\theta} =$ _____
(a) 2 (b) 7 (c) $\frac{7}{2}$ (d) $\frac{2}{7}$
- (7) $\frac{d}{dx}(e^x) =$ _____
(a) 1 (b) e (c) 0 (d) e^x
- (8) If $f(x) = \sec x$ then $\frac{dy}{dx} =$ _____
જો $f(x) = \sec x$ હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ _____
(a) $\cos x$ (b) $\sec x \tan x$ (c) $-\cos x$ (d) $-\sec x \tan x$
- (9) For $y = \sin x$, $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____
 $y = \sin x$ માટે $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____
(a) $\sin x$ (b) $\cos x$ (c) $-\cos x$ (d) $-\sin x$

(10) $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) $\frac{-1}{1+x^2}$ (b) $\frac{1}{1+x^2}$ (c) $\frac{-1}{1-x^2}$ (d) $\frac{1}{1-x^2}$

(11) $\int (1) dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$

- (a) 0 (b) θ (c) x (d) 1

(12) $\int_{-2}^2 x^3 dx = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 0 (b) 1 (c) 6 (d) 9

(13) Mode of 4,6,3,5,0,3,1,2,4,3 is $\underline{\hspace{2cm}}$

4,6,3,5,0,3,1,2,4,3 નો બહુલક $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.

- (a) 4 (b) 5 (c) 3 (d) 6

(14) If the Mean of observation $x, 7, 6, 4, 3$ is 7 then $x = \underline{\hspace{2cm}}$

$x, 7, 6, 4, 3$ નો મધ્યક 7 હોય તો $x = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 3 (b) 15 (c) 6 (d) 7

Q.2 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

(1) Show that these Points (1, 0), (0, 1), (-1, 2) are collinear point.

દર્શાવો કે બિંદુઓ (1, 0), (0, 1), (-1, 2) સમરેખ બિંદુઓ છે.

(2) Show that these points (-6, 1), (1, 4) and (1, -2) are vertices of isosceles triangle.

દર્શાવો કે બિંદુઓ (-6, 1), (1, 4) અને (1, -2) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ છે.

(3) Find radius and center of circle $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$

વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

(1) If $f(x) = \tan x$ then Prove that (A) $f(x) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$ (B) $f(2x) = \frac{2f(x)}{1-[f(x)]^2}$
જો $f(x) = \tan x$ હોય તો સાબિત કરો કે (A) $f(x) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$ (B) $f(2x) = \frac{2f(x)}{1-[f(x)]^2}$

(2) Evaluate (ઉકેલો): $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{x^3 - 8}$

(3) Evaluate (ઉકેલો): (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + \sin x - 1}{x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3x}{2}\right)^{5/x}$

Q.3 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

(1) Differentiation $f(x) = \log x$ with respect to x by using the definition of derivative.

વિકલનની વ્યાખ્યાની મદદથી $f(x) = \log x$ નું x -ની સાપેક્ષે વિકલન કરો.

(2) If $y = \log(\sec x + \tan x)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(3) If $x^2 + xy + y^2 = 20$ then find $\frac{dy}{dx}$.

જો $x^2 + xy + y^2 = 20$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

(1) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ then prove that $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

જો $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ હોય તો સાબિત કરો કે $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

(2) If $y = (\sin x)^{\tan x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

જો $y = (\sin x)^{\tan x}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(3) The motion of particle is given by $s = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 6$, find the velocity and

Acceleration at $t=1$ sec and $t=2$ sec.

એક કણની ગતિનું સમીકરણ $s = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 6$ હોય તો $t=1$ sec અને $t=2$ sec આગળ તેનો વેગ અને પ્રવેગ શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

(1) Evaluate (ઉકેલો): $\int \frac{x^4+x^2+1}{x^2+1} dx$

(2) Evaluate (ઉકેલો): $\int x e^x dx$

(3) Evaluate (ઉકેલો): $\int_0^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx$

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

(1) Evaluate (ઉકેલો): $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x-3)} dx$

(2) Evaluate (ઉકેલો): $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

(3) Find the area bounded by the parabola $y = x^2$, the X-axis and the line $x=1$ and $x=2$.

વક્ર $y = x^2$, X- અક્ષ અને $x=1$ અને $x=2$ થી બંધાયેલ ક્ષેત્રફળ શોધો.

Q.5 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

(1) Evaluate (ઉકેલો): $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

(2) Find the equation of Tangent and Normal to the circle $x^2 + y^2 = 169$ at the point (12,-5).

બિંદુ(12,-5) આગળ વર્તુળ $x^2 + y^2 = 169$ ના સ્પર્શક અને અભિલંબનાં સમીકરણ શોધો.

(3) If two lines $3x+4my+8=0$ and $-9x+3my+10=0$ are perpendicular to each other then find the Value of m.

જો બે રેખાઓ $3x+4my+8=0$ અને $-9x+3my+10=0$ એકબીજાને લંબ હોય તો m ની કિંમત શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

(1) Find the standard deviation for data: 60, 45, 25, 40, 70, 30.

60, 45, 25, 40, 70, 30 આ માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

(2) Find the Median for the following frequency distribution.

નીચેની આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યસ્થ શોધો.

Class (વર્ગ)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency (આવૃત્તિ)	2	3	8	14	8	3	2

(3) Find the standard deviation for the following frequency distribution.

નીચેની માહિતી પરથી પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

Class (વર્ગ)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Frequency (આવૃત્તિ)	5	12	10	8	2	2	1
