

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER-I EXAMINATION –Summer- 2019

Subject Code: 3300001**Date: 06-06-2019****Subject Name: Basic Mathematics****Time: 02:30 PM to 05:00 PM****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 The logarithmic form of $(-2)^3 = -8$ is _____

- a. $\log_{-8} 3 = -2$ b. $\log_3(-8) = -2$ c. $\log_{-2}(-8) = 3$ d. does not exist

૧ $(-2)^3 = -8$ નું લઘુગુણકીય સ્વરૂપ _____ .

- અ. $\log_{-8} 3 = -2$ બ. $\log_3(-8) = -2$ ક. $\log_{-2}(-8) = 3$ ડ. અસ્તિત્વ નથી

2 $\log_2 16 - \log_2 8 =$ _____

- a. 3 b. 2 c. 1 d. $\frac{4}{3}$

૨ $\log_2 16 - \log_2 8 =$ _____

- અ. 3 બ. 2 ક. 1 ડ. $\frac{4}{3}$

3 $\log_y x^3 \times \log_x y^2 =$ _____

- a. 3 b. 5 c. 2 d. 6

૩ $\log_y x^3 \times \log_x y^2 =$ _____

- અ. 3 બ. 5 ક. 2 ડ. 6

4 $\begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} =$ _____

- a. $x^2 - y^2$ b. $x^2 + y^2$ c. $2x + 2y$ d. $(x - y)^2$

૪ $\begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} =$ _____

- અ. $x^2 - y^2$ બ. $x^2 + y^2$ ક. $2x + 2y$ ડ. $(x - y)^2$

5 If $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ then $A + B =$ _____

- a. $\begin{bmatrix} 7 & 7 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 14 \end{bmatrix}$ d. not possible

૫ જો $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ તો $A + B =$ _____

- અ. $\begin{bmatrix} 7 & 7 \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ ક. $\begin{bmatrix} 14 \end{bmatrix}$ ડ. શક્ય નથી

6 If $AB = I$ then matrix $B =$ _____

- a. adj A b. A^T c. A^{-1} d. unit matrix

- ૬ જો $AB = I$ તો શ્રેણિક $B = \frac{\text{adj } A}{A^T}$ ડ. A^{-1} ડ. એકમ શ્રેણિક
- 7 If $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ then $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. A^T b. I c. O d. A
- ૭ If $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ તો $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. A^T બ. I ક. O ડ. A
- 8 If $\theta = \frac{7\pi}{4}$ then θ lies in _____quadrant.
 a. first b. second c. third d. fourth
- ૮ જો $\theta = \frac{7\pi}{4}$ તો θ _____ચરણમાં છે.
 અ. પ્રથમ બ. દ્વિતીય ક. તૃતીય ડ. ચતુર્થ
- 9 $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. $\sin \theta$ b. $\cos \theta$ c. $-\cos \theta$ d. $-\sin \theta$
- ૯ $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. $\sin \theta$ બ. $\cos \theta$ ક. $-\cos \theta$ ડ. $-\sin \theta$
- 10 Principal period of the function $3 \sin 2x = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. 2π b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{\pi}{3}$ d. π
- ૧૦ વિધેય $3 \sin 2x$ નું મુખ્ય આવર્તમાન $= \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. 2π બ. $\frac{2\pi}{3}$ ક. $\frac{\pi}{3}$ ડ. π
- 11 $\tan^{-1} \sqrt{3} + \cot^{-1} \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. $\frac{\pi}{3}$ b. π c. $\frac{\pi}{2}$ d. $\frac{\pi}{6}$
- ૧૧ $\tan^{-1} \sqrt{3} + \cot^{-1} \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. $\frac{\pi}{3}$ બ. π ક. $\frac{\pi}{2}$ ડ. $\frac{\pi}{6}$
- 12 If one side of an equilateral triangle is 6 cm then area of triangle $= \underline{\hspace{2cm}} cm^2$
 a. $4\sqrt{3}$ b. $6\sqrt{3}$ c. $9\sqrt{3}$ d. $12\sqrt{3}$
- ૧૨ જો એક સમબાજુ ત્રિકોણની એક બાજુ 6 સે.મી. હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ $= \underline{\hspace{2cm}}$ સે. મી.²
 અ. $4\sqrt{3}$ બ. $6\sqrt{3}$ ક. $9\sqrt{3}$ ડ. $12\sqrt{3}$
- 13 Area of square made from 40 meter wire is $\underline{\hspace{2cm}} cm^2$
 a. 2500 b. 1600 c. 100 d. 400
- ૧૩ 40સેમી. લાંબા વાયર માંથી બનાવેલ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $\underline{\hspace{2cm}}$ સેમી.² છે.
 અ. 2500 બ. 1600 ક. 100 ડ. 400
- 14 The volume of sphere having radius r is _____cubic unit .
 a. $\frac{3}{4}\pi r^2$ b. $\frac{4}{3}\pi r^2$ c. $\frac{4}{3}\pi r^3$ d. $\frac{3}{4}\pi r^3$
- ૧૪ r એકમ ત્રિજ્યા ધરાવતા ગોળકનું ઘનફળ $= \underline{\hspace{2cm}}$ ઘન એકમ થાય.
 અ. $\frac{3}{4}\pi r^2$ બ. $\frac{4}{3}\pi r^2$ ક. $\frac{4}{3}\pi r^3$ ડ. $\frac{3}{4}\pi r^3$

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Prove that:

$$\log \frac{51}{80} + \log \frac{44}{85} - \log \frac{99}{160} - \log \frac{8}{15} = 0$$

૧. સાબિત કરો:

$$\log \frac{51}{80} + \log \frac{44}{85} - \log \frac{99}{160} - \log \frac{8}{15} = 0$$

2. Prove that :

$$\frac{1}{\log_{ab}(abc)} + \frac{1}{\log_{bc}(abc)} + \frac{1}{\log_{ca}(abc)} = 2$$

૨. સાબિત કરો:

$$\frac{1}{\log_{ab}(abc)} + \frac{1}{\log_{bc}(abc)} + \frac{1}{\log_{ca}(abc)} = 2$$

3. Radius of a cone is 4 meter and height is 12 meter then find the volume of cone.

૩ એક શંકુની ત્રિજ્યા 4 મીટર અને ઊંચાઈ 12 મીટર હોય તો શંકુનું ઘનફળ મેળવો.

4 Find curved surface area of a cylinder whose radius is 3.5 cm. and height is 21 cm.

૪

એક નળાકારની ઊંચાઈ 21 સેમી અને ત્રિજ્યા 3.5 સેમી હોય તો તે નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ મેળવો .

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $\log \left(\frac{x+y}{2} \right) = \frac{1}{2} (\log x + \log y)$ then prove that $x = y$

૧. જો $\log \left(\frac{x+y}{2} \right) = \frac{1}{2} (\log x + \log y)$, તો સાબિત કરો $x = y$

2. Solve the equation for x :

$$\log(2x + 1) + \log(3x - 1) = 0$$

૨. x ની કિંમત માટે સમીકરણ ઉકેલો :

$$\log(2x + 1) + \log(3x - 1) = 0$$

3. A rectangular garden of length 50 meter and width 40 meter having a track of same width inside of its periphery . If area of this track is 800 sq. m., then find the width of track.

૩. 50 મીટર લંબાઈ અને 40 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા એક લંબચોરસ બગીચાની અંદરની બાજુએ ફરતે એક સરખી પહોળાઈ ધરાવતો રસ્તો છે, જેનું ક્ષેત્રફળ 800 ચોરસ મીટર છે. તો રસ્તાની પહોળાઈ મેળવો.

4. Length of a solid cube is 44 cm. How many small balls of radius 2 cm can be made by melting this cube .

૪. 44 સે.મી. લંબાઈ ધરાવતા સમઘન ને ઓગળાવીને 2 સેમી ત્રિજ્યાના ગોળક આકાર ની કેટલી લખોટીઓ બનાવી શકાય છે.

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$, then find the value of x

૧. જો $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$, તો x ની કિંમત શોધો.

2. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ then prove that $(A + B)^T = A^T + B^T$

૨. જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ તો સાબિતકરો કે $(A + B)^T = A^T + B^T$

3. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ then find $(A \cdot B)^T$

જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ તો $(A \cdot B)^T$ મેળવો.

4. If $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $A^{-1} = \text{adj } A$.

જો $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^{-1} = \text{adj } A$.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 5A - 2I$ and hence find A^{-1}
From this result.

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, હોયતો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A - 2I = 0$ અને તે પરથી A^{-1} મેળવો.

2. Solve by matrix method : $2y + 5x = 4$ and $7x + 3y - 5 = 0$

૨. શ્રેણિકની રીતે ઉકેલો: $2y + 5x = 4$ અને $7x + 3y - 5 = 0$

3. Solve by matrix method: $x + y + z = 0$, $2x + y + z = 1$ and $x + y + 2z = -1$

૩. શ્રેણિકની રીતે ઉકેલો: $x + y + z = 0$, $2x + y + z = 1$ અને $x + y + 2z = -1$

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ then find the matrix X from the equation $3(X + B) + 5A = 0$ where 0 is null matrix of order 2×3

૪. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ હોય, તો સમીકરણ $3(X + B) + 5A = 0$ માંથી X મેળવો. જ્યારે 0 , 2×3 કક્ષાનો શૂન્ય શ્રેણિક છે.

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Prove that: $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = 3$

૧. સાબિત કરો કે : $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = 3$

2. Prove that: $\frac{\tan^2 39^\circ - \sin^2 67^\circ}{\cot 51^\circ + \cos 23^\circ} = \cot 51^\circ - \cos 23^\circ$

૨. સાબિત કરો : $\frac{\tan^2 39^\circ - \sin^2 67^\circ}{\cot 51^\circ + \cos 23^\circ} = \cot 51^\circ - \cos 23^\circ$

3. Prove that : $\tan^{-1} \frac{5}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{6} = \frac{\pi}{4}$

3. સાબિત કરો : $\tan^{-1} \frac{5}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{6} = \frac{\pi}{4}$
4. For any ΔABC , prove that
 $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$
- ૪ કોઈ પણ ΔABC માટે, સાબિત કરો .
 $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

Q.4 (b) Attempt any two કોઈપણ બે ની જવાબ આપો.

08

1. Prove that $\frac{\sin 4x + \sin 5x + \sin 6x}{\cos 4x + \cos 5x + \cos 6x} = \tan 5x$
૧. સાબિત કરો, $\frac{\sin 4x + \sin 5x + \sin 6x}{\cos 4x + \cos 5x + \cos 6x} = \tan 5x$
2. Prove that $\cos 70^\circ \cos 50^\circ \cos 10^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$
૨. સાબિત કરો $\cos 70^\circ \cos 50^\circ \cos 10^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$
3. If $\tan \theta = \frac{2}{3}$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ then prove that $2 \sin 2\theta + 3 \cos 2\theta = 3$
૩. જો $\tan \theta = \frac{2}{3}$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ તો સાબિત કરો $2 \sin 2\theta + 3 \cos 2\theta = 3$
4. Draw the graph of $Y = \sin x$, where $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
૪. $Y = \sin x$ નો આલેખ દોરો, જ્યાં $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ની જવાબ આપો

06

1. If $\vec{a} = 2i + j - k$, $\vec{b} = i - j + 2k$ and $\vec{c} = i - 2j + k$ then find direction cosines of $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$.
૧. જો $\vec{a} = 2i + j - k$, $\vec{b} = i - j + 2k$ અને $\vec{c} = i - 2j + k$ તો $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$ ની દિશકોસાઈન મેળવો.
2. For which value of p the vectors $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ and $p\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ are perpendicular to each other.
૨. p ના કયા મૂલ્યો માટે સદીશો $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ અને $p\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ પરસ્પર લંબ સદિશો થશે.
3. Find a unit vector perpendicular to both the vectors $\vec{a} = i + j + k$ and $\vec{b} = 2i - 2j + k$.
૩. સદીશો $\vec{a} = i + j + k$ અને $\vec{b} = 2i - 2j + k$ ને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

4. Simplify $(10\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot [(\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) \times (3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})]$

૪.

સાદુ રૂપ આપો : $(10\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot [(\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) \times (3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})]$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ની જવાબ આપો.

08

1. If $\vec{x} = (-4, 9, 6)$, $\vec{y} = (0, 7, 10)$, $\vec{z} = (-1, 6, 6)$ then prove that $(\vec{x} - \vec{z}) \cdot (\vec{y} - \vec{z}) = 0$
૧. જો $\vec{x} = (-4, 9, 6)$, $\vec{y} = (0, 7, 10)$, $\vec{z} = (-1, 6, 6)$ હોય તો સાબિત કરો $(\vec{x} - \vec{z}) \cdot (\vec{y} - \vec{z}) = 0$

Find Angle between the vectors $\vec{a} = i + 2j$ and $\vec{b} = i + j + 3k$

2.

૨. સદિશો $\vec{a} = i + 2j$ અને $\vec{b} = i + j + 3k$ વચ્ચેનો ખૂણો મેળવો.

3. By the action of forces $3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ and $\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ a particle moves from the point $(2, 3, 1)$ to $(5, 2, 3)$ find the total work done by the forces.

૩. બળો $3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ અને $\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ એક કણ ઉપર કાર્ય કરે છે. પરિણામે તે કણનું બિંદુ $(2, 3, 1)$ થી બિંદુ $(5, 2, 3)$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે. તો બળોથી થયેલ કાર્ય શોધો.

4. *The two acting forces $2\bar{i} + \bar{j} - 3\bar{k}$ and $2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ are passing through the point $(-1, 3, -2)$ then find the moment of force about the point $(4, 0, 1)$*
૪. એક કણ પર બે બળો $2\bar{i} + \bar{j} - 3\bar{k}$ અને $2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ ની કાર્યરેખાઓ બિંદુ $(-1, 3, -2)$ માંથી પસાર થાય છે . તો તેના પરિણામી બળની બિંદુ $(4, 0, 1)$ ની આસપાસ ની ચાકમાત્રા શોધો.
