

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER- 1,2(NEW) EXAMINATION –SUMMER-2020

Subject Code: 3320002**Date: 06-11-2020****Subject Name: ADVANCED MATHEMATICS (GROUP-1)****Time: 02:30 PM to 05:00 PM****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.
6. English version is authentic.

Q.1

Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

- 1 $z + \bar{z} =$ _____.
 a. $-2 \operatorname{Re}(z)$ b. $\operatorname{Re}(z)$ c. $2 \operatorname{Re}(z)$ d. $2i \operatorname{Im}(z)$
- ૧ $z + \bar{z} =$ _____.
 a. $-2 \operatorname{Re}(z)$ b. $\operatorname{Re}(z)$ c. $2 \operatorname{Re}(z)$ d. $2i \operatorname{Im}(z)$
- 2 $(1+i)^{-1} =$ _____.
 a. $\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$ b. $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ c. $\frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$ d. $\frac{-1}{2} - \frac{i}{2}$
- ૨ $(1+i)^{-1} =$ _____.
 a. $\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$ b. $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ c. $\frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$ d. $\frac{-1}{2} - \frac{i}{2}$
- 3 $i^9 =$ _____.
 a. i b. $-i$ c. 1 d. -1
- ૩ $i^9 =$ _____.
 a. i b. $-i$ c. 1 d. -1
- 4 $\arg(35) =$ _____.
 a. 0 b. π c. $\frac{\pi}{2}$ d. $\frac{\pi}{3}$
- ૪ $\arg(35) =$ _____.
 a. 0 b. π c. $\frac{\pi}{2}$ d. $\frac{\pi}{3}$
- 5 If $f(x) = 5^x$ then $f(x+1) - f(x) =$ _____.
 a. 5^x b. x^5 c. $(x+1)^5$ d. $4f(x)$
- ૫ જો $f(x) = 5^x$ હોય તો $f(x+1) - f(x) =$ _____.
 a. 5^x b. x^5 c. $(x+1)^5$ d. $4f(x)$
- 6 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} =$ _____.
 a. $\frac{3}{2}$ b. 1 c. 3 d. $\frac{2}{3}$
- ૬ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} =$ _____.
 a. $\frac{3}{2}$ b. 1 c. 3 d. $\frac{2}{3}$
- 7 If $f(x) = e^{2x}$ then $f'(0) =$ _____.
 a. $2e$ b. 2 c. 1 d. 0
- ૭ જો $f(x) = e^{2x}$ હોય તો $f'(0) =$ _____.
 a. $2e$ b. 2 c. 1 d. 0
- 8 $\frac{d}{dx} (\sin^2 x + \cos^2 x) =$ _____.
 a. $2 \sin x \cos x$ b. $2 \cos x \sin x$ c. $2 \sin x$ d. $2 \cos x$

- a. -1 b. 1 c. $2 \sin x \cos x$ d. 0
- ૮ $\frac{d}{dx} (\sin^2 x + \cos^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. -1 b. 1 c. $2 \sin x \cos x$ d. 0
- 9 If $x = \sin \theta$, $y = \cos \theta$ then $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. $\cot \theta$ b. $\tan \theta$ c. $-\cot \theta$ d. $-\tan \theta$
- ૯ જો $x = \sin \theta$, $y = \cos \theta$ હોય તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. $\cot \theta$ b. $\tan \theta$ c. $-\cot \theta$ d. $-\tan \theta$
- 10 If $f(x) = \log_x 1$ then $f(10) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 1 b. 10 c. x d. 0
- ૧૦ જો $f(x) = \log_x 1$ હોય તો $f(10) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 1 b. 10 c. x d. 0
- 11 $\int_0^1 e^x dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$
- a. $e - 1$ b. $e + 1$ c. $1 - e$ d. $1 + e$
- ૧૧ $\int_0^1 e^x dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$
- a. $e - 1$ b. $e + 1$ c. $1 - e$ d. $1 + e$
- 12 $\int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx = \underline{\hspace{2cm}} + c.$
- a. x b. 2x c. 1 d. 0
- ૧૨ $\int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx = \underline{\hspace{2cm}} + c.$
- a. x b. 2x c. 1 d. 0
- 13 Order of the differential equation $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 - 2y = 14$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 2 b. 3 c. 1 d. 0
- ૧૩ વિકલ સમીકરણ $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 - 2y = 14$ ની કક્ષા $\underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 2 b. 3 c. 1 d. 0
- 14 The Integrating Factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 1 b. 2 c. e^x d. $\log x$
- ૧૪ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ નો સંકલ્પકારક અવયવ $\underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 1 b. 2 c. e^x d. $\log x$

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $(3 - 4i)(x + iy) = 1$ then find the value of $x + y$.
૧. જો $(3 - 4i)(x + iy) = 1$ હોય તો $x + y$ ની કિંમત શોધો.
2. Find the square root of complex number, $z = -2 + 2\sqrt{3}i$
૨. સંકર સંખ્યા $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ નું વર્ગમૂળ શોધો.
3. Express $1 + \sqrt{3}i$ in to Polar form.
૩. સંકર સંખ્યા $1 + \sqrt{3}i$ ને ધ્રુવીય સ્વરૂપ માં દર્શાવો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $f(x) = \log \left(\frac{x-1}{x} \right)$ then prove that $f(x) + f(-x) = f(x^2)$
૧. જો $f(x) = \log \left(\frac{x-1}{x} \right)$ હોય તો સાબિત કરો કે, $f(x) + f(-x) = f(x^2)$
2. Evaluate : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 + 7n - 11}{5n^2 - 2n + 3}$
૨. મેળવો : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 + 7n - 11}{5n^2 - 2n + 3}$

3. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin 2x - 1}{x}$

3. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin 2x - 1}{x}$

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Using Definition of differentiation, differentiate function with respect to x :

$f(x) = \sqrt{x}$.

૧. વિકલનની વ્યાખ્યાની મદદથી $f(x) = \sqrt{x}$ નું વિકલિત શોધો.

2. Find $\frac{dy}{dx}$: $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

૨. $\frac{dy}{dx}$ મેળવો : $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

3. Find $\frac{dy}{dx}$: $x = a(t + \cos t)$, $y = a(1 + \sin t)$

3. $\frac{dy}{dx}$ મેળવો : $x = a(t + \cos t)$, $y = a(1 + \sin t)$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $x + y = \sin(xy)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૧. જો $x + y = \sin(xy)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

2. If $y = ae^{kx} + be^{-kx}$ then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = k^2y$

૨. જો $y = ae^{kx} + be^{-kx}$ હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{d^2y}{dx^2} = k^2y$

3. The equation of motion of a particle is $S = t^3 - 6t^2 + 9t$. Find acceleration when $t = 3$. Also find t and S when acceleration is zero.

૩. એક કણની ગતિનું સમીકરણ $S = t^3 - 6t^2 + 9t$ છે. $t = 3$ આગળ પ્રવેગ શોધો. ઉપરાંત પ્રવેગ શૂન્ય હોય ત્યારે t અને S શોધો .

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Evaluate : $\int xe^x dx$

૧. મેળવો : $\int xe^x dx$

2. Evaluate : $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$

૨. મેળવો : $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$

3. If $\frac{dy}{dx} = 5x^4 - 3x^2 + 2$ and $y = 3$ when $x = -1$ then represent y as a function of x .

૩. જો $\frac{dy}{dx} = 5x^4 - 3x^2 + 2$ અને $y = 3$ જ્યારે $x = -1$ હોય તો y ને x ના વિધેય તરીકે દર્શાવો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Evaluate : $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$

૧. મેળવો : $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$

2. Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$

૨. મેળવો : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$

3. Find the volume of sphere of radius r .

૩. r ત્રિજ્યા વાળા ગોલક નું ઘનફળ શોધો.

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}$

૧. કિમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}$

2. Find the differential equation for $y = a \sin(ax + b)$ where a & b are arbitrary constants.

૨. $y = a \sin(ax + b)$ માટે વિકલ સમીકરણ મેળવો, જ્યાં a અને b સ્વૈર અચળાંકો છે.

3. Solve the differential equations: $xdy + ydx = 0$

૩. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $xdy + ydx = 0$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Solve : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$

૧. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$

2. Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x \sin\left(\frac{y}{x}\right)$

૨. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x \sin\left(\frac{y}{x}\right)$

3. Solve : $x(1 + y^2)dx - y(1 + x^2)dy = 0$

૩. ઉકેલો : $x(1 + y^2)dx - y(1 + x^2)dy = 0$
