Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 2 (OLD) – EXAMINATION – Summer-2024

Subject Code: 3320003 **Date: 12-06-2024**
Subject Name: Advanced Mathematics(Group-2)
Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 Distance between the points A(1,3) and B$(0,-4)$ is________________.

a. $2\sqrt{5}$ B $5\sqrt{2}$ c. $3\sqrt{7}$ d. $3\sqrt{2}$

૧ બિંદુઓ A(1,3) અને $B(0,-4)$વચ્ચે નું અંતર_______________છે.

અ. $2\sqrt{5}$ બ. $5\sqrt{2}$ ક. $3\sqrt{7}$ ડ. $3\sqrt{2}$

2 Slope of any straight line perpendicular to the line $3x - 4y + 6 = 0$ is ____

a. $3/4$ B .$-3/4$ c. $4/3$ d. $-4/3$

૨ કોઈપણ સુરેખા જે સુરેખા $3x - 4y + 6 = 0$ ને લંબ હોય તેનું ઢાળ________થશે.

અ. $3/4$ બ. $-3/4$ ક. $4/3$ ડ. $-4/3$

3 Slope of line passing through the points (20,7) and (2,k) is $2/3$ then k =_______

a. -5 b. 5 c. $2/3$ d. $3/2$

૩ બિંદુઓ (20,7) અને (2,k) માંથી પસાર થતી સુરેખા નું ઢાળ $2/3$ હોય તો k =____.

અ. -5 બ. 5 ક. $2/3$ ડ. $3/2$

4 The Radius of circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ is_________.

a. $\sqrt{6}$ b. 2 c. 4 d. 6

૪ વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ ની ત્રિજ્યા ______છે.

અ. $\sqrt{6}$ બ. 2 ક. 4 ડ. 6

5 If $f(x) = \log(\cot x)$ $then$ $f\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ __________

a. 1 b. e c. 0 d. π

૫ જો $f(x) = \log(\cot x)$ તો $f\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ __________

અ 1 બ. e ક. 0 ડ. π

6 $\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} =$ __________

a. 9 b. 81 c. 27 d. 0

૬ $\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} =$ __________

અ. 9 બ. 81 ક. 27 ડ. 0

7 If $f(x) = e^x \sec x$ $then$ $f'(x) =$ _______

a. $e^x \sec x \tan x$ b. $e^x secx(1 - tanx)$ c. $e^x secx(1 + tanx)$ d. $e^x tanx(1 + secx)$

૭ જો $f(x) = e^x \sec x$ તો $f'(x) =$ _______

અ. $e^x \sec x \tan x$ બ. $e^x secx(1 - tanx)$ ક. $e^x secx(1 + tanx)$ ડ. $e^x tanx(1 + secx)$

8 $\frac{d}{dx}(x^3 + 3^x + 3^3) =$ ________________

a. $3x^2 + x3^{x-1} + 3(3)^2$ b. $3x^2 + 3^x log3$ c. $x^3 + 3^x logx$ d. $3x^2 + xlog3 + 3^2$

૮ $\frac{d}{dx}(x^3 + 3^x + 3^3) =$ ________________

અ. $3x^2 + x3^{x-1} + 3(3)^2$ બ. $3x^2 + 3^x log3$ ક. $x^3 + 3^x logx$ ડ. $3x^2 + xlog3 + 3^2$

9 If $x^2 - y^2 = 1$ $then$ $\frac{dy}{dx} =$ _______

a. $y/_x$ b. $-x/_y$ c. $-y/_x$ d. $x/_y$

૯ જો $x^2 - y^2 = 1$ તો $\frac{dy}{dx} =$ _______

અ. $y/_x$ બ. $-x/_y$ ક. $-y/_x$ ડ. $x/_y$

10 If $y = e^x + e^{-x}$ $then$ $\frac{d^2y}{dx^2} =$ ____________

a. $e^x + e^{-x}$ b. $-e^x - e^{-x}$ c. $e^x - e^{-x}$ d. $-e^x + e^{-x}$

૧૦ જો $y = e^x + e^{-x}$ તો $\frac{d^2y}{dx^2} =$____________

અ. $e^x + e^{-x}$ બ. $-e^x - e^{-x}$ ક. $e^x - e^{-x}$ ડ. $-e^x + e^{-x}$

11 $\int (u.v)dx =$ ___________

a. $u\int vdx + v\int udx$ b. $u\int vdx - v\int udx$ c. $u\int vdx - \int(\frac{du}{dx}\int vdx)\,dx$ d. $\int udx\,.\int v$

૧૧ $\int (u.v)dx =$ ___________

અ. $u\int vdx + v\int udx$ બ. $u\int vdx - v\int udx$ ક. $u\int vdx - \int(\frac{du}{dx}\int vdx)\,dx$ ડ. $\int udx\,.\int v$

12 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx =$ ______________

a. $\frac{\pi}{4}$ b. $\frac{\pi}{3}$ c. $\frac{\pi}{6}$ d. $\frac{\pi}{2}$

૧૨ $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx =$ ______________

અ. $\frac{\pi}{4}$ બ. $\frac{\pi}{3}$ ક. $\frac{\pi}{6}$ ડ. $\frac{\pi}{2}$

13 The Mean of first five even natural numbers is_______________

a. 3 b. 4 c. 6 d. 7

૧૩ પ્રથમ પાંચ પ્રાકૃતિક યુગ્મ સંખ્યાઓ નું મધ્યક _________છે.

અ. 3 બ. 4 ક. 6 ડ. 7

14 For the given observations 14,18,25,14,18.20,14,17 Mode =_______________.

a. 25 b. 18 c. 14 d. 17

૧૪ આપેલા અવલોકનો 14,18,25,14,18.20,14,17 નો બહુલક =_______________.

અ. 25 બ. 18 ક. 14 ડ. 17

Q2 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. If A(1,4) , B(4,5) and C(6,7) are vertices of ΔABC then find the length of Median drawn from A to BC.

૧. જો A(1,4) , B(4,5) અને C(6,7) ΔABC ના શીરોબીંદુઓ હોય તો A માંથી BC પર દોરેલ મધ્યગા ની લંબાઈ શોધો.

2. If the lines $3mx - 2my = 0$ and $(5m + 2)x - 4my - 28 = 0$ are parallel straight lines then find the value of m.

૨. જો સુરેખાઓ $3mx - 2my = 0$ અને $(5m + 2)x - 4my - 28 = 0$ સમાંતર હોય તો m ની કિંમત શોધો .

3. If the radius of circle $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - k = 0$ is 4 unit then find the value of k.

૩. જો વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - k = 0$ ની ત્રિજ્યા 4 એકમ હોય તો k કિંમત શોધો

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. $If \quad f(x) = \dfrac{1-x}{1+x} \quad then\ prove\ that$

$(i)\ f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ (ii) $f(x).f(-x) = 1$

૧. જો $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે

$(i)\ f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ (ii) $f(x).f(-x) = 1$

2. Evaluate : $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$

૨. કિંમત શોધો : $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$

3. $Evaluate$: $\lim_{x\to 0}\left(1 + \dfrac{3x}{4}\right)^{\frac{5}{x}}$

૩. કિંમત શોધો: $\lim_{x\to 0}\left(1 + \dfrac{3x}{4}\right)^{\frac{5}{x}}$

Q3 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Find derivative of $f(x) = 2x\sin x - x^3\cos x$

૧. વિકલિત મેળવો :$f(x) = 2x\sin x - x^3\cos x$

2. $if \quad y = \log\left(e^{\sin x}\right) \quad then\ prove\ that \quad \dfrac{dy}{dx} - cosx = 0$

૨. જો $y = \log\left(e^{\sin x}\right)$ તો સાબિત કરો કે $\dfrac{dy}{dx} - cosx = 0$

3. Find $\frac{dy}{dx}$ $from\ the\ following\ \ equation$

$x\sin y + y\sin x = 0$

૩. નીચેના સમીકરણ માંથી $\frac{dy}{dx}$ મેળવો

$x\sin y + y\sin x = 0$

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1 $If\ \ y = e^{m\tan^{-1}x}\ \ then\ prove\ that\ (1 + x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} + (2x - m)\dfrac{dy}{dx} = 0$

૧. જો $y = e^{m\tan^{-1}x}$ તો સાબિત કરો કે $(1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (2x - m)\frac{dy}{dx} = 0$

2. The equation of motion of a particle is $s = t^3 + 3t$ .Find the acceleration and distance travelled by the particle when the velocity is 9 cm/sec.

૨. એક કણ ની ગતિ નું સમીકરણ $s = t^3 + 3t$ છે.જયારે વેગ 9 cm/sec. હોય એ સમયે પ્રવેગ અને કણ દ્વારા કાપેલુ અંતર શોધો .

3. Find maximum and minimum values of the function $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$

૩. વિધેય $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$ માટે અધિકતમ અને ન્યુનતમ કિમતો મેળવો

Q4 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $Evaluate : \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$

૧. કિમત શોધો : $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$

2. $Evaluate : \int \frac{sin^3x + cos^3x}{sin^2x \,.\, cos^2 x} dx$

૨. કિમત શોધો : $\int \frac{sin^3x + cos^3x}{sin^2x \,.\, cos^2 x} dx$

3. $Evaluate : \int e^{\sin x} . \cos x \; dx$

3. કિમત શોધો : $\int e^{\sin x} . \cos x \; dx$

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. $Evaluate : \int_0^1 x \tan^{-1} x \, dx$

૧. કિમત શોધો: $\int_0^1 x \tan^{-1} x \, dx$

2. $Evaluate : \int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$

૨. કિમત શોધો : $\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$

3. Find area bounded by the curve $y^2 = 4x$ *and the line* $x = 2$.

૩. વક્ર $y^2 = 4x$ અને સુરેખા $x = 2$ વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ શોધો .

Q5 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

૧. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

2. Find the equation of straight line which is parallel to the line $3x + 2y + 4 = 0$ and passes through the point $(2, -3)$

૨. એવી સુરેખા ની સમીકરણ શોધો જે $3x + 2y + 4 = 0$ ને સમાંતરછે અને બિંદુ $(2, -3)$ માંથી પસાર થાય છે .

3. Find equation Tangent and Normal to the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ at the point $(-2,2)$

૩. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ પર બિંદુ $(-2,2)$ આગળ સ્પર્શક અને અભીલંબ ના સમીકરણ શોધો .

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Find Median for the following frequency distribution

Class	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency	2	3	8	14	8	3	2

૧. નીચે ના આવૃત્તિ વિતરણ નો મધ્યસ્થ શોધો

વર્ગ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
આવૃત્તિ	2	3	8	14	8	3	2

2. Find Mode for the following frequency distribution

Class	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
Frequency	3	8	10	19	25	21	6	5	3

૨. નીચે ના આવૃત્તિ વિતરણ માટે બહુલક શોધો

વર્ગ	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
આવૃત્તિ	3	8	10	19	25	21	6	5	3

3. Find Standard Deviation for the following frequency distribution

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	5	8	15	16	6

૩. નીચે ના આવૃત્તિ વિતરણ માટે પ્રમાણિત વિચલન શોધો

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
આવૃત્તિ	5	8	15	16	6

****