Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – • EXAMINATION – WINTER - 2017

Subject Code: 3320003 **Date: 01/ 01 / 2018**

Subject Name: Advanced Mathematics (Gr.-2)

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 If A (2.-3) and B (8,-7) are the points then Mid- point of line segment $\overline{AB}$ is____

a. (5,-5) b. (-3,2) c. (-5,5) d. (2,-3)

૧ જો A (2.-3) અને B (8,-7) બિન્દુઓ હોય તો રેખા ખંડ $\overline{AB}$ નુ મધ્ય બિન્દુ ____છે .

અ. (5,-5) બ. (-3,2) ક. (-5,5) ડ. (2,-3)

2 Slope of the line making an angle $\frac{\pi}{4}$ radian with positive direction of X-axis is________.

a. 1 b. $1/\sqrt{3}$ c. $\sqrt{3}$ d. ∞

૨ X – અક્ષ ની ધન દિશા સાથે $\frac{\pi}{4}$ રેડીયન નો ખુણો બનાવતી સુરેખા નો ઢાળ ____થશે .

અ. 1 બ. $1/\sqrt{3}$ ક. $\sqrt{3}$ ડ. ∞

3 Radius of the circle $x^2 + y^2 = 18$ is_______________.

a. $2\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{3}$ c. $3\sqrt{2}$ d. $3\sqrt{3}$

૩ વર્તુળ $x^2 + y^2 = 18$ ની ત્રિજ્યા ________છે .

અ. $2\sqrt{2}$ બ. $2\sqrt{3}$ ક. $3\sqrt{2}$ ડ. $3\sqrt{3}$

4 If r is the length of the circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0, then\ r =$ ______.

a . $\sqrt{g^2 + f^2 - c^2}$ b. $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ c. $\sqrt{g^2 + f^2 + c^2}$ d. $\sqrt{g^2 + f^2 + c}$

૪ જો વર્તુળ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ની ત્રિજ્યાની લમ્બાઇ r હોય તો $r =$ ___

અ. $\sqrt{g^2 + f^2 - c^2}$ બ. $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ ક. $\sqrt{g^2 + f^2 + c^2}$ ડ. $\sqrt{g^2 + f^2 + c}$

5 If $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ $then$ $f(-x) =$ _____________.

a. $\log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ b. $\log\left(\frac{x+1}{x}\right)$ c . $\log\left(\frac{x}{x+1}\right)$ d . $\log\left(\frac{x}{x-1}\right)$

૫ જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ તો $f(-x) =$ _____________.

અ. $\log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ બ. $\log\left(\frac{x+1}{x}\right)$ ક. $\log\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ડ. $\log\left(\frac{x}{x-1}\right)$

6 $\lim_{x\to 2}\frac{x^4-16}{x-2}=$_______________.

a. 14 b. 12 c. 32 d. 8

૬ $\lim_{x\to 2}\frac{x^4-16}{x-2}$=________________.

અ. 14 બ. 12 ક. 32 ડ. 8

7 $\frac{d}{dx}(sin^2\theta + cos^2\theta) =$ __________________.

a. 1 b. 0 c. -1 d. $2\sin\theta\cos\theta$

૭ $\frac{d}{dx}(sin^2\theta + cos^2\theta) =$ __________________.

અ. 1 બ. 0 ક. -1 ડ. $2\sin\theta\cos\theta$

8 $If\ x = \sin^{-1}x\ and\ y = \cos^{-1}x\ then\ \frac{dy}{dx} =$ ______________.

a. 0 b. 1 c. -1 D .None of these

૮ જો $x = \sin^{-1}x$ અને $y = \cos^{-1}x$ હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ ______________.

અ. 0 બ. 1 ક. -1 ડ. કોઇ પણ નહી

9 If equation of motion of a particle is $s = t^3 + 2t^2 - 3t + 5$ then velocity at time t = 1 sec is _______________.

a. 4 m/sec. b. $10\ m/sec$ c. $4\ m/sec^2$ d. $10\ m/sec^2$

૯ એક કણની ગતિનો સમીકરણ $s = t^3 + 2t^2 - 3t + 5$ છે , તો સમય t = 1 sec. હોય ત્યારે વેગ = _________

અ. 4 m/sec. બ. $10\ m/sec$ ક. $4\ m/sec^2$ ડ. $\mathbf{10\ m/sec^2}$

10 For any function f(x) is minimum, at $x = x_1$ then necessary condition is_______.

a. $f''(x_1) = 0$ b. $f''(x_1) < 0$ c. $f''(x_1) > 0$ D .None of these

૧૦ વિધેય f(x) , $x = x_1$ આગળ વિધેય f(x) ન્યુંનતમ છે માટે પર્યાપ્ત શરત ________________છે.

અ. $f''(x_1) = 0$ બ. $f''(x_1) < 0$ ક. $f''(x_1) > 0$ ડ.કોઇ પણ નહી.

11 $\int \frac{1}{x}dx =$ _____________ $+ c.$

a. $-x^{-1}$ b. $-x^{-2}$ c. x^{-2} d. $\log|x|$

૧૧ $\int \frac{1}{x}dx =$ ______________ $+ c.$

અ. $-x^{-1}$ બ. $-x^{-2}$ ક. x^{-2} ડ. $\log|x|$

12 $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos x\,dx =$ _____________.

a. 0 b. 1 c. 2 D. -2

૧૨ $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos x\,dx =$ _____________.

અ. 0 બ. 1 ક. 2 ડ. -2

13 For the information data 32,26,41 ,35,28,42,36,40,33,42 Mean of information

is___________________.

a. 35 b. 36 c. 35·5 d. None of these

૧૩ અવલોકનોનો 32,26,41,35,28,42,36,40,33,42 નો મધ્યક ________ છે

અ. 35 બ. 36 ક. 35·5 ડ. કોઇ પણ નહી

14 For the data 12,1,7,6,5,4,8,6,9,11,6,12,5,7,6 the Mode is_______________.

a. 5 b. 6 c. 12 d. 7

૧૪ અવલોકનોનો 12,1,7,6,5,4,8,6,9,11,6,12,5,7,6 નો બહુલક __________ છે .

અ. 5 બ. 6 ક. 12 ડ. 7

Q.2 **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Prove that the points (1,0), (-1,2) and (0,1) are collinear .

૧. સાબિત કરો કે બિંદુઓ (1,0), (-1,2) અને (0,1) સમરેખ છે.

2. For which value of k , the lines x+2$y-8=0$ *and* $kx-y-1=0$ are (i) parallel lines (ii) perpendicular to each other.

૨. k ની કઈ કીમંત માટે ,સુરેખાઓ x+2$y-8=0$ અને $kx-y-1=0$ (i) સમાંતર (ii) પરસ્પર લંબ છે.

3. Find the radius and centre of the circle $x^2+y^2-4x-6y-12=0$

3. વર્તુળ $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ ની ત્રિજ્યા અને કેન્દ્ર શોધો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. $If\ f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}\ then\ prove\ that:$

$$(i)\ f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0\ and\ (ii)\ f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=2f(x)$$

૧. જો $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ તો સાબિત કરો કે:

$(i)\ f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0$ અને $(ii)\ f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=2f(x)$

2. $Evaluate\ :\ \lim_{x\to 0}\left(1+\frac{5x}{7}\right)^{\frac{2}{x}}$

૨. મેળવો : $\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{5x}{7}\right)^{\frac{2}{x}}$

3. $Evaluate\ :\ \lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x^3-3x^2+x-3}$

3. મેળવો: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x^3-3x^2+x-3}$

Q.3 **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $If\quad y=\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}\quad then,\quad find\ \dfrac{dy}{dx}$

૧. જો $y=\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}$ તો $\dfrac{dy}{dx}$ મેળવો.

2. $If\quad y=\log\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)\quad then\ \ prove\ that\quad \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$

૨. જો $y = \log\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$ તો સાબિત કરો કે $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

3. *If* $x^3 + y^3 = 3axy$ *then find* $\frac{dy}{dx}$

૩ જો $x^3 + y^3 = 3axy$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. *If* $y = e^x(\cos x + \sin x)$ *then prove that* $y_2 - 2y_1 + 2y = 0$

૧. જો $y = e^x(\cos x + \sin x)$ હોય તો સાબિત કરો કે $y_2 - 2y_1 + 2y = 0$

2. Equation of motion of a particle is $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$. Find (i) s and a when v = 0 (ii) When the particle will change its direction? (s,a,v and t are in usual notations)

૨. એક કણ ની ગતિ નું સમીકરણ $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$. છે (i) જ્યારે v = 0 હોય ત્યારે s અને a મેળવો (i) કણ ક્યારે એની દિશા બદલશે ?(s,v,a અને t પ્રચલિત સંકેતો માં છે.)

3. Find maximum and minimum values of the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

૩. વિધેય $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિમતો મેળવો

Q.4 **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. *Evaluate* : $\int \frac{a + b\cos x}{sin^2 x} dx$

૧. મેળવો : $\int \frac{a + b\cos x}{sin^2 x} dx$

2. *Evaluate* : $\int x^2 \log x \, dx$

૨. મેળવો : $\int x^2 \log x \, dx$

3. *Evaluate* : $\int \frac{x^2}{1 + x^6} dx$

મેળવો : $\int \frac{x^2}{1 + x^6} dx$

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. *Evaluate* : $\int_2^3 \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx$

૧. મેળવો : $\int_2^3 \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx$

2. *Evaluate* : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan\theta}}{\sqrt{\cot\theta} + \sqrt{\tan\theta}} d\theta$

૨. મેળવો $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan\theta}}{\sqrt{\cot\theta}+\sqrt{\tan\theta}} d\theta$

3. Find area of region bounded by the curve $x^2 + y^2 = 4$.

૩. વક્ર $x^2 + y^2 = 4$. વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

Q.5 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Evaluate: $\lim_{x\to 0} \frac{3\sin x - x}{x + 2\tan x}$

૧. મેળવો: $\lim_{x\to 0} \frac{3\sin x - x}{x + 2\tan x}$

2. Find equation of tangent and normal to the circle $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$ At the point $(1, -2)$

૨. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$ પરના બિંદુ $(1, -2)$ આગળ ના સ્પર્શક તથા અભિલંબના સમીકરણ મેળવો .

3. A(4 ,1) and B(2 ,5) are the fixed points. A variable point P(x , y) moves in such a way that PAB is a right angled triangle and m∠ APB =90° then find the equation of locus of point P.

૩. A(4 ,1) અને B(2 ,5) સ્થિર બિંદુઓ છે.એક ચલિત બિંદુ P(x , y) એવી રીતે ગતિ કરે છે કે PAB કાટખૂણ ત્રિકોણ છે અને m∠ APB =90° ,બિંદુ p ના બિન્દુપથનું સમીકરણ મેળવો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1 The frequency distribution of the age of 60 employees of a college is given below. Find the Mean.

Age (years)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
No. of person	5	7	9	11	10	8	6	4

૧ એક કોલેજેમાં કામ કરતા 60 વ્યક્તિઓની ઉમરનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે .તેના પર થી મધ્યક શોધો .

ઉમર(વર્ષ)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
વ્યક્તિની સંખ્યા	5	7	9	11	10	8	6	4

2 Find median for the following frequency distribution

Class	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
frequency	2	10	40	25	13	10

૨ નીચેના આવૃત્તિ વિતરણ પરથી મધ્યસ્થ ગણો

વર્ગ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
આવૃત્તિ	2	10	40	25	13	10

3 Find standard deviation from the following data
120, 132,148, 136,142,140,165and 153.

૩ નીચેના આવૃત્તિ વિતરણ પરથી પ્રમાણીત વિચલન ગણો

120,132, 148,136,142,140,165 અને 153.

****