Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER- 1(new) EXAMINATION –Winter- 2019

Subject Code: 3300001 **Date: 01-01-2020**

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 2:30 AM TO 05:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. 14

1 $\log_{\sqrt{5}}(\sqrt[3]{25}) =$ ______

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{4}{3}$ c. 3 d. 4

૧ $\log_{\sqrt{5}}(\sqrt[3]{25}) =$ ______

અ. $\frac{3}{4}$ બ. $\frac{4}{3}$ ક. 3 ડ. 4

2 $\dfrac{1}{\log_a\left(\frac{1}{a}\right)} =$ ______

a. α b. 1 c. -1 d. 2α

૨ $\dfrac{1}{\log_a\left(\frac{1}{a}\right)} =$ ______

અ. α બ. 1 ક. -1 ડ. 2α

3 $\log_{10} 500 - 2 =$ ______

a. 3 b. $\log_5 10$ c. $\log_{10} 5$ d. -3

૩ $\log_{10} 500 - 2 =$ ______

અ. 3 બ. $\log_5 10$ ક. $\log_{10} 5$ ડ. -3

4 $If \begin{vmatrix} a & 1 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0\ then\ a =$ ____

a. 9 b. 18 c. -18 d. -9

૪ જો $\begin{vmatrix} a & 1 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો $a =$ ____

અ. 9 બ. 18 ક. -18 ડ. . -9

5 $If\ A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & x \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix} and\ B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & y & 4 \end{bmatrix} and\ 2A = 3B\ then\ y =$ _____

a 5 b. -5 c. 7.5 d. $\frac{10}{3}$

૫ જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & x \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & y & 4 \end{bmatrix}$ અને $2A = 3B$ હોય તો $y =$ _____

અ. 5 બ. -5 ક. 7.5 ડ. $\frac{10}{3}$

6 *If A is any square matrix then* $A - A^T$ *is ______matrix*

a. *diagonal* b. *column* c. *symmetric* d. *skew symmetric*

૬ જો A કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક હોય તો $A - A^T$ _____શ્રેણિક છે.

અ. વિકર્ણી બ. સ્તંભ ક. સંમિત ડ. વિસંમિત

7 $If\ A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 7 \\ -2 & -5 & 9 \end{bmatrix}$ then $A(adjA) =$ _______ (where I is 3×3 unit matrix)

a. 251I   b. −251 I   c. 283I   d. −283 I

૭ જો $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 7 \\ -2 & -5 & 9 \end{bmatrix}$ હોય તો $A(adjA) =$ _______ (જ્યાં I એ 3×3 એકમ શ્રેણિક છે.)

અ. $251I$ બ. . $-251\,I$ ક. $283I$ ડ. $-283\,I$

8 $\frac{6\pi}{5} =$ ____ degree

a. 36   b. 72   c. 144   d. 216

૮ $\frac{6\pi}{5} =$ ____ અંશ

અ. 36   બ. 72   ક. 144   ડ. 216

9 The principal period of $4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ is _____

a. π b. 2π c. 0   d. $\frac{\pi}{2}$

૯ $4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ નું મુખ્ય આર્વતમાન = ____

અ. π બ.. 2π ક. 0   ડ. $\frac{\pi}{2}$

10 If $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ and $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ then θ lies in _____ quadrant.

a. first   b. second   c. third   d. fourth

૧૦ જો $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ અને $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ હોય તો θ _____ ચરણમાં છે

અ. પ્રથમ   બ. . દ્વિતીય   ક. તૃતીય   ડ. ચતુર્થ

11 $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) =$ _____

a. $2\sin^{-1}x$ b. $2\cos^{-1}x$ c. $2\tan^{-1}x$ d. none of these

૧૧ $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) =$ _____

અ. $2\sin^{-1}x$ બ. $2\cos^{-1}x$ ક. $2\tan^{-1}x$ ડ. આમાંથી એકપણ નહિ

12 If the diameter of a circle is 28 cm, then area of circle is ____ sq.cm.

a. 14   b. 28   c. 616   d. 49

૧૨ જો વર્તુળ નો વ્યાસ 28 cm હોય તો તે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ_____ **ચો.સેમી. છે.**

અ. 14   બ. 28   ક. 616   ડ. 49

13 The volume of cylinder whose radius and height are r and h resp. is ______

a. r^2h b. πr^2h c. $2\pi r^2h$ d. $2\pi rh$

૧૩ r ત્રિજ્યા અને h ઊંચાઇવાળા નળાકાર નું ઘનફળ ______ થાય.

અ. r^2h બ. πr^2h ક. $2\pi r^2h$ ડ. $2\pi rh$

14 The surface area of a sphere whose diameter 28 cm is ______

a. 96π b. 196π c. 2464   d. 392π

૧૪ 28 cm વ્યાસ વાળા ગોલકનું પૃષ્ઠફળ ___________ છે.

અ. 96π બ. 196π ક. 2464   ડ. 392π

Q.2 (a) Attempt any two **કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.** 06

1 Prove that : $7\log\left(\frac{16}{15}\right) + 5\log\left(\frac{25}{24}\right) - 3\log\left(\frac{80}{81}\right) = \log 2$

૧. સાબિત કરો : $7\log\left(\frac{16}{15}\right) + 5\log\left(\frac{25}{24}\right) - 3\log\left(\frac{80}{81}\right) = \log 2$

2. Solve : $\frac{\log x}{\log 4} = \frac{\log 64}{\log 256}$

૨. ઉકેલ શોધો : $\frac{\log x}{\log 4} = \frac{\log 64}{\log 256}$

3. *Find the area of a trapezoid with bases of* 10 *cms. and* 14 *cms. and height of* 5 *cms.*

૩. 5 સેમી. ઉંચાઈ વાળા અને 10 *cms.* તથા 14 *cms* પાયાની લંબાઇવાળા
સમલંબ ચતુષ્કોણ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

4. *A hemispherical tank has the diameter* 4.2 *meter, then find the capacity of the tank in liter.*

૪. એક અર્ધગોળાકાર ટાંકીનો અંદરનો વ્યાસ 4.2 *meter* છે. તો ટાંકીની ક્ષમતા લીટર માં શોધો.

(b) Attempt any two **કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.** 08

1. *If* $a^x = b^y = c^z$ *then prove that* $\log_a(bc) = x\left(y^{-1} + \frac{1}{z}\right)$ *where* $x, y, z \neq 0$

૧. જો $a^x = b^y = c^z$ હોય તો સાબિત કરો કે $\log_a(bc) = x\left(y^{-1} + \frac{1}{z}\right)$ જ્યાં $x, y, z \neq 0$

2. *Solve* : $x^{\log_4 x} = 16x$

૨. ઉકેલ શોધો : $x^{\log_4 x} = 16x$

3. *The total surface area of a cylinder is* 1386 cm^2. *If the curved surface area of this cylindre is* 9th *part of its total surface area then find radius and height of the cylindre*

૩. એક ઘન નળાકાર નું કુલ પૃષ્ઠફળ 1386 cm^2 છે. તેની વક્ર સપાટી નું ક્ષેત્રફળ તેના કુલ પૃષ્ઠફળના
એક નવમાંશ જેટલું હોય તો તે નળાકાર ની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ શોધો.

4 *The diameter of a circle is* 1 *meter. If the angle between two radii is* 36^0, *then find the length of the arc cut off by them.* ($\pi = 3.142$)

૪ એક વર્તુળનો વ્યાસ 1 મીટર છે. જો બે ત્રીજ્યાઓ વચ્ચેનો ખૂણો 36^0 હોય તો તેમના દ્વારા કપાયેલ
ચાપની લંબાઇ શોધો. ($\pi = 3.142$)

Q.3 (a) Attempt any two **કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.** 06

1. *For what values of* α, *the matrix* $A = \begin{bmatrix} 3-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 4-\alpha & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 6-\alpha \end{bmatrix}$ *is singular*?

૧. α ની કઈ કિંમતો માટે શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 4-\alpha & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 6-\alpha \end{bmatrix}$ અસામાન્ય શ્રેણિક થશે ?

2. *If* $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ *and* $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ *then verify* $(AB)C = A(BC)$.

૨. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ અને $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો $(AB)C = A(BC)$ ચકાસો.

3. *If* $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ *then show that* $I + A = (I - A)\begin{bmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{bmatrix}$

૩. જો $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે $I + A = (I - A)\begin{bmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{bmatrix}$

4. *If* $3A - 2B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ *and* $B - 4A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$ *then find A and B*

૪. જો $3A - 2B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ અને $B - 4A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો A અને B શોધો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. $If\ A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ *then prove that* $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = 0.$
Where I is unit matrix of order 3.

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = 0.$
જ્યાં I એ 3 કક્ષાનો એકમ શ્રેણિક છે.

2. *Prove that any square matrix can be expressed as sum of symmetric and skew symmetri matrices*

૨. સાબિત કરો કે કોઇપણ ચોરસ શ્રેણિક ને સંમિત અને વિસંમિત શ્રેણિકોના સરવાળા તરીકે દર્શાવી શકાય

3. *Find the matri X such that* $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -16 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$

3. એવો શ્રેણિક X શોધો કે જેથી $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -16 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ થાય

4. *solve by matrix method* : $2x + 3y = 1$ *and* $y - 4x = 2$

૪. શ્રેણિકની મદદ થી ઉકેલ શોધો : $2x + 3y = 1$ *and* $y - 4x = 2$

Q.4 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. $If\ sin(2A + B) = 5sinB$ *then show that* $tan(A + B) = \frac{3}{2} tanA$.

૧. જો $sin(2A + B) = 5sinB$ હોય તો દર્શાવો કે $tan(A + B) = \frac{3}{2} tanA$.

2. $If\ x = tan\theta + sin\theta$ *and* $y = tan\theta - sin\theta$ *then Prove that* $x^2 - y^2 = 4\sqrt{xy}$

૨. જો $x = tan\theta + sin\theta$ અને $y = tan\theta - sin\theta$ હોય તો સાબિત કરો કે $x^2 - y^2 = 4\sqrt{xy}$

3. *Prove that* $\frac{cos\theta - sin\theta}{cos\theta + sin\theta} - \frac{cos\theta + sin\theta}{cos\theta - sin\theta} = \frac{4\ tan\theta}{tan^2\theta - 1}$

3. સાબિત કરો $\frac{cos\theta - sin\theta}{cos\theta + sin\theta} - \frac{cos\theta + sin\theta}{cos\theta - sin\theta} = \frac{4\ tan\theta}{tan^2\theta - 1}$

4. *Find the adjoint of matrix* $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

૪. *Find the adjoint of matrix* $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. $If\ sinA = \frac{1}{\sqrt{5}}, sinB = \frac{1}{\sqrt{10}}, 0 < A, B < \frac{\pi}{2}$ *then Prove that* $A + B = \frac{\pi}{4}$

૧. જો $sinA = \frac{1}{\sqrt{5}}, sinB = \frac{1}{\sqrt{10}}, 0 < A, B < \frac{\pi}{2}$ હોય તો સાબિત કરો $A + B = \frac{\pi}{4}$

2. *Prove that* : $cos40^0 + cos80^0 + cos160^0 = 0$

૨. સાબિત કરો : $cos40^0 + cos80^0 + cos160^0 = 0$

3. *Prove that* : $tan^{-1}\left(\frac{cosx}{1 + sinx}\right) = \frac{1}{4}(\pi - 2x)$

3. સાબિત કરો : $tan^{-1}\left(\frac{cosx}{1 + sinx}\right) = \frac{1}{4}(\pi - 2x)$

4. $If\ A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ *and I is a identity matrix of order* 3 *then evaluate* $A^2 + 9I$

૪. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ અને I એ 3 કક્ષા નો એકમ શ્રેણિક હોય તો $A^2 + 9I$ શોધો

Q.5 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. If $x = \overrightarrow{2j} - 3\vec{i} + \overrightarrow{7k}$, $y = -4\vec{i} - \vec{k} + 5\vec{j}$ and $z = -3\vec{k} + \vec{j} - 2\vec{i}$ then find the direction cosines of of resultant force. X,Y,Z are force.

૧. જો $x = \overrightarrow{2j} - 3\vec{i} + \overrightarrow{7k}$, $y = -4\vec{i} - \vec{k} + 5\vec{j}$ અને $z = -3\vec{k} + \vec{j} - 2\vec{i}$ હોય તો પરિણામી બળ ના દિક કોસાઈનો શોધો.

2. If $\vec{a} = x\vec{j} + 2x\vec{i} - 4\vec{k}$ and $\vec{b} = x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ are perpendicular to each other then find the values of x

૨. જો $\vec{a} = x\vec{j} + 2x\vec{i} - 4\vec{k}$ અને $\vec{b} = x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ પરસ્પર લંબ હોય તો x ની કિંમતો શોધો.

3. Simplify : $(3\vec{k} - \vec{j}) \cdot [(5\vec{i} - \vec{k}) \times (4\vec{i} - 7\vec{j})]$

3. સાદું રૂપ આપો. : $(3\vec{k} - \vec{j}) \cdot [(5\vec{i} - \vec{k}) \times (4\vec{i} - 7\vec{j})]$

4. Find the angle betwwen the vectors $x = \vec{j} - 2\vec{i} + \vec{k}$, $y = 4\vec{k} - 7\vec{j}$

૪. સદીશો $x = \vec{j} - 2\vec{i} + \vec{k}$, $y = 4\vec{k} - 7\vec{j}$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો

Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

(b)

1 Given $A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $B = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $C = 10\vec{i} + 3\vec{j}$ then find scalar t such that $A + tB$ is perpendicular to C

૧ $A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $B = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $C = 10\vec{i} + 3\vec{j}$ છે તો એવો આદિશ t શોધો કે જેથી $A + tB$ એ C ને લંબ થાય

2. The constant forces $9\vec{i} + 5\vec{k}$, $-\vec{i} - 3\vec{k}$ and $\overrightarrow{2j} - 5\vec{i}$ acting on a particle displace it from the point $5\vec{k} - 4\vec{j}$ to the point $7\vec{k} - \overrightarrow{2\imath}$, then find the total work done.

૨. અચળ બળો $9\vec{i} + 5\vec{k}$, $-\vec{i} - 3\vec{k}$ અને $\overrightarrow{2j} - 5\vec{i}$ કણ પર લાગતાં તેનું બિંદુ $5\vec{k} - 4\vec{j}$ થી બિંદુ $7\vec{k} - \overrightarrow{2\imath}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે.તો આ દરમ્યાન થયેલ કુલ કાર્ય શોધો.

3. If $x = -8\vec{j} + 3\vec{i}$ and $y = 5\vec{j} - 4\vec{k}$ then find $|(x - y) \times (x + y)|$

3. જો $x = -8\vec{j} + 3\vec{i}$ અને $y = 5\vec{j} - 4\vec{k}$ હોય તો $|(x - y) \times (x + y)|$ શોધો.

4. A force $F = \vec{i} - \vec{k}$ passes through the the point A whose position vector is $2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$. Find the moment of force about the point B whose position vector $3\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$

૪. એક બળ $F = \vec{i} - \vec{k}$ બિંદુ A માંથી પસાર થાય છે જેનો સ્થાન સદિશ $2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ છે.. તો બિંદુ B જેનો સ્થાન સદિશ $3\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ છે પ્રત્યે ચાકમાત્રા શોધો.

****