

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER –1 (NEW) • EXAMINATION – WINTER - 2021

Subject Code: 3300001

Date: 19-03-2022

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of SIMPLE Calculator is permissible (Scientific/Higher Version not allowed)
6. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

- 1 $\log m^n =$ _____
a. n b. m c. n log m d. m log n
- ૧ $\log m^n =$ _____
અ. n બ. m સ. n log m ડ. m log n
- 2 $\log_8 2 =$ _____
a. $\frac{1}{3}$ b. 3 c. -3 d. 2^3
- ૨ $\log_8 2 =$ _____
અ. $\frac{1}{3}$ બ. 3 સ. -3 ડ. 2^3
- 3 $\log_a 1 =$ _____
a. 1 b. a c. 0 d. -1
- ૩ $\log_a 1 =$ _____
અ. 1 બ. a સ. 0 ડ. -1
- 4 If $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$ then x = _____
a. 0 b. 2 c. -2 d. 1
- ૪ જો $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$ હોય તો x = _____
અ. 0 બ. 2 સ. -2 ડ. 1
- 5 If $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ then adj A = _____
a. $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$
- ૫ જો $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ હોય તો adj A = _____
અ. $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ સ. $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$
- 6 If $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ then $A^T =$ _____
a. $\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} a & -c \\ -b & d \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} -a & c \\ b & -d \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} -d & b \\ c & -a \end{bmatrix}$
- ૬ જો $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ હોય તો $A^T =$ _____
અ. $\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} a & -c \\ -b & d \end{bmatrix}$ સ. $\begin{bmatrix} -a & c \\ b & -d \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} -d & b \\ c & -a \end{bmatrix}$
- 7 Order of $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} =$ _____
a. 2×3 b. 3×2 c. 3×3 d. 2×2
- ૭ શ્રેણી $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ની કક્ષા = _____

- અ. 2×3 બ. 3×2 ક. 3×3 ડ. 2×2
- 8 1 Radian = _____ degree.
 a. $\frac{180}{\pi}$ બ. $\frac{\pi}{180}$ ક. $\frac{-\pi}{180}$ ડ. $\frac{-180}{\pi}$
- ૯ 1 રેડિયન = _____ અંશ
 અ. $\frac{180}{\pi}$ બ. $\frac{\pi}{180}$ ક. $\frac{-\pi}{180}$ ડ. $\frac{-180}{\pi}$
- 9 Period of $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ = _____
 a. $\frac{\pi}{2}$ બ. 2π ક. 4π ડ. $\frac{\pi}{4}$
- ૯ $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ નું આવર્તમાન = _____
 અ. $\frac{\pi}{2}$ બ. 2π ક. 4π ડ. $\frac{\pi}{4}$
- 10 $\sin 2\theta$ = _____
 a. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ બ. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ક. $1 - \cos^2 \theta$ ડ. $2\sin \theta \cos \theta$
- ૧૦ $\sin 2\theta$ = _____
 અ. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ બ. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ક. $1 - \cos^2 \theta$ ડ. $2\sin \theta \cos \theta$
- 11 $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos(\pi)$ = _____
 a. 1 બ. 0 ક. $\frac{-\sqrt{3}}{4}$ ડ. $\frac{1}{2}$
- ૧૧ $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos(\pi)$ = _____
 અ. 1 બ. 0 ક. $\frac{-\sqrt{3}}{4}$ ડ. $\frac{1}{2}$
- 12 If the Diameter of circle is 14 cm. then area of circle is _____
 a. 14π બ. 28π ક. 49π ડ. 196π
- ૧૨ એક વર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ _____ થાય.
 અ. 14π બ. 28π ક. 49π ડ. 196π
- 13 Volume of cylinder with radius r and height h is _____
 a. $2\pi rh$ બ. $r^2 h$ ક. $\pi r^2 h$ ડ. $2\pi r^2 h$
- ૧૩ r ત્રિજ્યાવાળા અને h ઊંચાઈવાળા નળાકાર નું ઘનફળ _____ થાય.
 અ. $2\pi rh$ બ. $r^2 h$ ક. $\pi r^2 h$ ડ. $2\pi r^2 h$
- 14 Surface area of a cube of 5 cm length is _____ cm^2 .
 a. 150 બ. 100 ક. 125 ડ. 25
- ૧૪ એક સમઘન ની કોઈ એક બાજુ ની લંબાઈ 5 સેમી, છે તો તેનું પૃષ્ઠફળ _____ સેમી² છે.
 અ. 150 બ. 100 ક. 125 ડ. 25

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Prove that $\frac{1}{\log_6 24} + \frac{1}{\log_{12} 24} + \frac{1}{\log_8 24} = 2$
૧. સાબિત કરો કે $\frac{1}{\log_6 24} + \frac{1}{\log_{12} 24} + \frac{1}{\log_8 24} = 2$
2. Solve: $\log_2(x+5) + \log_2(x-2) = 3$
૨. ઉકેલો: $\log_2(x+5) + \log_2(x-2) = 3$
3. Find the diameter of a sphere, if the total surface area of a closed hemi-sphere is 462 m^2 . (Take $\pi = \frac{22}{7}$)
૩. એક બંધ અર્ધગોળકની સપાટીનું પૃષ્ઠફળ 462 ચો.સેમી છે તો ગોલક નો વ્યાસ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$)
4. A Metal solid cylinder has diameter 9 cm and height 16 cm. How many small balls of 0.3 cm radius can be made from the cylinder?
- એક ધાતુના નક્કર નળાકારનો વ્યાસ 9 સેમી અને ઊંચાઈ 16 સેમી છે. ધાતુના આ નળાકારને

4. ઓગાળીને 0.3 સેમી ત્રિજ્યા ધરાવતી કેટલી ગોળીઓ બનાવી શકાય ?

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ then prove that $a = b$.

૧. જો $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ હોય તો સાબિત કરો કે $a = b$.

2. Prove that $2\log\left(\frac{6}{7}\right) + \frac{1}{2}\log\left(\frac{81}{16}\right) - \log\left(\frac{27}{196}\right) = \log 12$

૨. સાબિત કરો કે $2\log\left(\frac{6}{7}\right) + \frac{1}{2}\log\left(\frac{81}{16}\right) - \log\left(\frac{27}{196}\right) = \log 12$

3. If the surface area of a spherical ball is 1256 sq.cm, find the volume of the sphere. ($\pi=3.14$)

૩. એક ગોલક ની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ 1256 ચો.સેમી હોય તો તે ગોલકનું ઘનફળ શોધો.
($\pi = 3.14$)

4. How much paper required preparing 20 cone shaped caps of diameter 28 cm. of base and height 48 cm?

4. શંકુ આકારની ટોપીનો વ્યાસ 28 સેમી. અને ઉંચાઈ 48 સેમી. છે. તો તેવી 20 ટોપી બનાવવા જોઈતા કાપડ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 30$ then find the value of x.

૧. જો $\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 30$ હોય તો x ની કિંમત શોધો.

2. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then find

$2A - B + C$.

2. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ અને $C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો

$2A - B + C$ શોધો

3. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then find $A^2 - 5A + 7I$.

૩. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 - 5A + 7I$ શોધો

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ then find $(AB)^T$

4. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ હોય તો $(AB)^T$ શોધો

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then find A^{-1} .

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો A^{-1} શોધો.

2. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ then find AB and BA.
૨. જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો AB અને BA શોધો.
3. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ then Verify $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
૩. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો ચકાસો કે $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
4. Solve equation using Matrix method : $3x + 2y = 5$ and $2x - y = 1$
4. શ્રેણિક ની મદદથી ઉકેલ શોધો: $3x + 2y = 5$ and $2x - y = 1$
- 4

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Prove that $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 2 \sec\theta$
૧. સાબિત કરો કે $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 2 \sec\theta$
2. Find the value of $\sin 75^\circ$
૨. $\sin 75^\circ$ ની કિંમત શોધો.
3. Prove that $\tan 50^\circ = \frac{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}$
૩. સાબિત કરો કે $\tan 50^\circ = \frac{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}$
4. If $M = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $N = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then show that $(M+N)^T = M^T + N^T$
- જો $M = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ અને $N = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે $(M+N)^T = M^T + N^T$
- 4.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $\tan\theta = \frac{1}{2}$ then show that $7\cos 2\theta + 8\sin 2\theta = \frac{53}{5}$
૧. જો $\tan\theta = \frac{1}{2}$ હોય તો દર્શાવો કે $7\cos 2\theta + 8\sin 2\theta = \frac{53}{5}$
2. Prove that $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$
૨. સાબિત કરો કે $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$
3. Draw the graph of $y = \cos x$, where $0 \leq x \leq \pi$.
૩. જો $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$ નો આલેખ દોરો
4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then find adj A
4. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો adj A શોધો.

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $x = 3\bar{i} - \bar{j} - 4\bar{k}$, $y = -2\bar{i} + 4\bar{j} - 3\bar{k}$ and $z = -\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$ then find $|3x - 2y + 4z|$.
૧. જો $x = 3\bar{i} - \bar{j} - 4\bar{k}$, $y = -2\bar{i} + 4\bar{j} - 3\bar{k}$ અને $z = -\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$ હોય તો $|3x - 2y + 4z|$ મેળવો.
2. For what values of x, vectors $2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ and $x\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$ are perpendicular to each

other?

૨. X ના કયા મૂલ્ય માટે સદિશો $2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ અને $x\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$ પરસ્પર લંબા સદિશો થાય?
૩. If $a = 2\bar{i} - \bar{j}$, $b = \bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$ then obtain $|(a + b) \times (a - b)|$
૩. જો $a = 2\bar{i} - \bar{j}$ અને $b = \bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$ હોય તો $|(a + b) \times (a - b)|$ મેળવો.
૪. If $a = 2\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $b = \bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ and $c = \bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ then find the direction cosine of $a + b - 2c$.
૪. જો $a = 2\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $b = \bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ અને $c = \bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ હોય તો $a + b - 2c$ નો દિઝ્કોસાઈન મેળવો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Prove that angle between two vectors $3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ and $2\bar{i} - 2\bar{j} + 4\bar{k}$ is $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$.
૧. સાબિત કરો કે સદિશો $3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ અને $2\bar{i} - 2\bar{j} + 4\bar{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$ છે.
2. If $x = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ and $y = 2\bar{i} - \bar{j} - \bar{k}$ then prove that x is perpendicular to y. Also find a unit vector perpendicular to both x and y.
૨. જો $x = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ અને $y = 2\bar{i} - \bar{j} - \bar{k}$ આપેલા સદિશો હોય તો x અને y પરસ્પર લંબ સદિશો છે તેમ સાબિત કરો તથા x અને y બંનેને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.
3. Forces $3\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ and $\bar{i} + 5\bar{j} + 2\bar{k}$ act on a particle under these forces. Particle moves from point $(\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k})$ and $(3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k})$. Find the work done by the forces.
૩. અચળ બળો $3\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ અને $\bar{i} + 5\bar{j} + 2\bar{k}$ ની અસરથી કણનું સ્થાનાંતર બિંદુ $(\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k})$ થી $(3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k})$ સુધી થાય છે, તો થયેલ કુલ કાર્ય મેળવો.
4. Two forces $2\bar{i} + \bar{j} - 3\bar{k}$ and $2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ are applied at a point $(-1, 3, -2)$. Then find the moment of Force around a point $(4, 0, 1)$.
4. બિંદુ $(-1, 3, -2)$ પર બે બળો $2\bar{i} + \bar{j} - 3\bar{k}$ અને $2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ લાગે છે. તો બિંદુ $(4, 0, 1)$ આગળ બળની ચાકમાત્રા શોધો.
