Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER –2 (NEW) • EXAMINATION – WINTER - 2021

Subject Code:3320002 **Date :21-03-2022**

Subject Name:Advanced Mathematics (Group-1)

Time:02:30 PM TO 05:00 PM **Total Marks:70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 **Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.** **14**

1 $i^3 =$ ______

a. 1 b. i c. -1 d. - i

૧ $i^3 =$ ______

અ. 1 બ. i ક. -1 ડ. - i

2 If $z = 5 - 3i$ then $\bar{z} =$ __

a. 5-3i b. -5+3i c. 5+3i d. -5-3i

૨ જો $z = 5 - 3i$ હોય તો $\bar{z} =$ __

અ. 5-3i બ. -5+3i ક. 5+3i ડ. -5-3i

3 If $z = 1 - i$ then $|z| =$ ____

a. $\sqrt{2}$ b. 1 c. 3 d. 2

૩ જો $z = 1 - i$ હોય તો $|z| =$ ____

અ. $\sqrt{2}$ બ. 1 ક. 3 ડ. 2

4 If $P = \frac{1}{cos\theta - isin\theta}$ then $cos\theta + isin\theta =$ _____

a. P b. - P c. 1/P d. 0

૪ જો $P = \frac{1}{cos\theta - isin\theta}$ હોય તો $cos\theta + isin\theta =$ ______

અ. P બ. -P ક. 1/P ડ. 0

5 If $f(x) = \sin x$ then $f(x) + f(-x) =$ ___

a. 2 sin x b. 0 c. 1 d. -2 sin x

૫ જો $f(x) = \sin x$ હોય તો $f(x) + f(-x) =$ _

અ. 2 sin x બ. 0 ક. ડ. -2 sin x

6 $\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$ ______

a. 2 b. 0 c. 1 d. -2

૬ $\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$ ______

અ. 2 બ. 0 ક. 1 ડ. -2

7 If $f(x) = x^n$ then $f'(x) =$ ____________

a. $x^n \log_n x$ b. $n \log x$ c. n d. nx^{n-1}

૭ જો $f(x) = x^n$ હોય તો $f'(x) =$ ____________

અ. $x^n \log_n x$ બ. $n \log x$ ક. n ડ. nx^{n-1}

8 $y = \log(\sin x)$ then $\frac{dy}{dx}$ =______________________

a. $\mathrm{cosec}\, x$ b. $\cot x$ c. $-\cot x$ d. $\tan x$

૮ જો $y = \log(\sin x)$ હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ ____________

અ. $\mathrm{cosec}\, x$ બ. $\cot x$ ક. $-\cot x$ ડ. $\tan x$

9 If $x = \sin\theta, y = \cos\theta$ then $\frac{dy}{dx}$ =______________________

a. $-\tan\theta$ b. $\tan\theta$ c. $\cot\theta$ d. $-\cot\theta$

૯ જો $x = \sin\theta, y = \cos\theta$ હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ ____________

અ. $-\tan\theta$ બ. $\tan\theta$ ક. $\cot\theta$ ડ. $-\cot\theta$

10 For function $f(x)$, if $f'(3) = 0$ *and* _____then $f(x)$ has maximum at $x = 3$.

a. $f''(3) > 0$ b. $f''(3) < 0$ c. $f''(3) = 0$ d. none of these

૧૦ વિધેય $f(x)$ માટે જો $f'(3) = 0$ અને ________ હોય તો $f(x)$,$x = 3$ આગળ મહત્તમ થાય.

અ. $f''(3) > 0$ બ. $f''(3) < 0$ ક. $f''(3) = 0$ ડ.આ પૈકી કોઈ નહીં

11 $\int (\cos^2 x + \sin^2 x)\, dx =$________+ c

a. x b. $\sin^3 x + \cos^3 x$ c. 2sinx d. 2cosx

૧૧ $\int (\cos^2 x + \sin^2 x)\, dx =$________+ c

અ. x બ. $\sin^3 x + \cos^3 x$ ક. 2sinx ડ. 2cosx

12 $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}\, dx =$______+ c

a. π b. $\frac{\pi}{2}$ c. $\frac{\pi}{4}$ d. $\frac{\pi}{8}$

૧૨ $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}\, dx =$______+ c

અ. π બ. $\frac{\pi}{2}$ ક. $\frac{\pi}{4}$ ડ. $\frac{\pi}{8}$

13 The order of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0$ is ______

a. 2 b. 4 c. 1 d. 3

૧૩ વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0$ ની કક્ષા ______ છે.

અ. 2 બ. 4 ક. 1 ડ. 3

14 An integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ is ________

a. 1 b. 2 c. e^x d. $\log x$

૧૪ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ નો સંકલ્ય કારક અવયવ _____ છે.

અ. 1 બ. 2 ક. e^x ડ. $\log x$

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. If $\frac{(1+i)^2}{2-i} = x + iy$ then find the value of $x + y$.

૧. જો $\frac{(1+i)^2}{2-i} = x + iy$ હોય તો $x + y$ ની કિંમત શોધો.

2. Find the square root of complex number $3 + 4i$.

૨. સંકર સંખ્યા $3 + 4i$ નું વર્ગમૂળ શોધો.

3. Simplify : $\frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^{-3}\ (\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^2}{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^{-7}\ (\cos 5\theta - i \sin 5\theta)^3}$

૩. સાદું રૂપ આપો : $\frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^{-3} \ (\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^2}{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^{-7} \ (\cos 5\theta - i \sin 5\theta)^3}$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then prove that (i)$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ (ii) $f(x).f(-x) = 1$

૧. જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય તો સાબીત કરો કે (i)$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ (ii) $f(x).f(-x) = 1$

2. If $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ then prove that $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$

૨. જો $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ હોય તો સાબીત કરો કે $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$

3. Evaluate : (i) $\lim_{x\to\infty}(1 + \frac{2}{3x})^{2x}$ (ii) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x+sinx-1}{x}$

૩. કિંમત શોધો : (i) $\lim_{x\to\infty}(1 + \frac{2}{3x})^{2x}$ (ii) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x+sinx-1}{x}$

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $If\ y = \frac{\log x}{x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૧. જો $y = \frac{\log x}{x}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. Find $\frac{dy}{dx}$ $for\ y = \log(\sec x + \tan x)$

૨. $y = \log(\sec x + \tan x)$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. If $x^3 + y^3 = 3xy$ then $find$ $\frac{dy}{dx}$.

૩. જો $x^3 + y^3 = 3xy$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Using Definition of differentiation differentiate $\sin x$ with respect to x .

૧. વિકલનની વ્યાખ્યાની મદદથી $\sin x$ નું x સાપેક્ષ વિકલીત શોધો.

2. If $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$ $then\ prove\ that$ $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

૨. જો $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$ હોય તો સાબીત કરો કે $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

3. Find maximum and minimum value of function $f(x) = x^3 - 3x + 11$.

૩. વિધેય $f(x) = x^3 - 3x + 11$ ની મહત્તમ અને ન્યુનતમ કિંમત શોધો.

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Evaluate : $\int \frac{x^3+5x^2+4x+1}{x^2}\, dx$

૧. કિંમત શોધો : $\int \frac{x^3+5x^2+4x+1}{x^2}\, dx$

2. Evaluate : $\int xe^x dx$

૨. કિંમત શોધો : $\int xe^x dx$

3. Evaluate : $\int \frac{cos(\log x)}{x}\, dx$

૩. કિંમત શોધો : $\int \frac{cos(\log x)}{x}\, dx$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Evaluate : $\int \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}\, dx$

૧. કિંમત શોધો : $\int \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}\, dx$

2. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} dx$:

૨. કિંમત શોધો : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} dx$

3. Find area of the region bounded by $y = 3x^2, x = 2, x = 3$, X-axis.

૩. વક્ર $y = 3x^2, x = 2, x = 3$ અને X-axis થી ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Evaluate: $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{8}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$

૧. કિંમત શોધો : $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{8}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$

2. solve :$(1 + x^2)dy - (1 + y^2)dx = 0 \; where \; xy < 1$

૨. ઉકેલો : $(1 + x^2)dy - (1 + y^2)dx = 0 \; where \; xy < 1$

3. Find solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$

૩. વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$ નો ઉકેલ શોધો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. solve the differential equation $xdy + ydx = 0$

૧. વિકલ સમીકરણ $xdy + ydx = 0$ નો ઉકેલ શોધો.

2. Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \text{cosec}\left(\frac{y}{x}\right)$

૨. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \text{cosec}\left(\frac{y}{x}\right)$

3. Solve : $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2+1}y = \frac{1}{(x^2+1)^2}$

૩. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2+1}y = \frac{1}{(x^2+1)^2}$