Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER –1 • EXAMINATION – WINTER - 2021

Subject Code: 4300001 **Date :19-03-2022**

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 1:30 PM **Total Marks:70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q .1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given option. **14**

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પુરો)

1 $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}$= ____________.

a. -20 b. 20 c. 4 d. - 4

૧ $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}$= ____________.

અ. -20 બ. 20 ક. 4 ડ. - 4

2 If $\begin{vmatrix} x-1 & 6 \\ 2 & x+1 \end{vmatrix}$ = 12 then x = ______.

a. ±3 b. 0 c. ±5 d. ±1

૨ જો $\begin{vmatrix} x-1 & 6 \\ 2 & x+1 \end{vmatrix}$ = 12 હોય તો, x = ____

અ. ±3 બ. 0 ક. ±5 ડ. ±1

3 If f(x) = $\log_e e^x$ $then\ f(0) =$ _____.

a. 0 b. 1 c. -1 d.∞

૩ f(x) = $\log_e e^x$ હોય તો $f(0) =$__________ થાય .

અ. 0 બ. 1 ક. -1 ડ. ∞

4 $If\ y^a = x^b\ then\ \frac{logx}{logy}$ =_________.

a. $\frac{b}{a}$ b. $\frac{a}{b}$ c. $\frac{loga}{logb}$ d. $\frac{logb}{loga}$

૪ જો $y^a = x^b$ હોય તો, $\frac{logx}{logy}$ = ______________.

અ. $\frac{b}{a}$ બ. $\frac{b}{a}$ ક. $\frac{b}{a}$ ડ. $\frac{logb}{loga}$

5 $\frac{5\pi}{6}$radian = _________degree

a. 150 b. 250 c. 196 d. 180

૫ $\frac{5\pi}{6}$ રેડિઅન= _____ડિગ્રી.

અ. 150 બ. 250 ક. 196 ડ. 180

6 If sinθ + cosθ = $\sqrt{3}$ then sin2θ = ____________.

a. 4 b. 1 c. 3 d. 2

૬ sinθ + cosθ = $\sqrt{3}$ હોય તો sin2θ = ____________ થાય.

અ. 4 બ. 1 ક. 3 ડ. 2

7 $\sin\frac{\pi}{6}.\ \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{2}.\ \sin\pi$ = ______

a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

૭ $\sin\frac{\pi}{6}.\ \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{2}.\ \sin\pi$ = ______

અ. 1 બ. $\frac{1}{2}$ ક. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ડ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

8 If $\bar{a}$ = 3i – j and $\bar{b}$ = i +3j then ($\bar{a} + 2\bar{b}$) = ________

a. (5,5) b.(5,-7) c. (-5,5) d. (7,-5)

૮ જો $\bar{a}$ = 3i – j અને $\bar{b}$ = i +3j હોય તો સદિશ ($\bar{a} + 2\bar{b}$) = ________ થાય.

અ. (5,5) બ. .(5,-7) ક. (-5,5) ડ. (7,-5)

9 If $\bar{a}$ =2i-2j+k and $\bar{b}$ =i+3j+4k ,then $\bar{a}\,.\bar{b}$ =______ .

a. -1 b. 0 c. 1 d. -2

૯ જો $\bar{a}$ =2i-2j+k અને $\bar{b}$ =i+3j+4k , હોય તો $\bar{a}\,.\bar{b}$ = _________.

અ.-1 બ. 0 ક. 1 ડ. -2

10 $Radius\ of\ the\ circle\ x^2 + y^2 = 50$ ____________.

a. $5\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{5}$ c. 5 d. 10

૧૦ વર્તુળ $x^2 + y^2 = 50$ ની ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય = __________

અ. $5\sqrt{2}$ બ. $2\sqrt{5}$ ક. 5 ડ. 10

11 x-intercept of the line 4y -2x + 1 = 0 is _______ .

a. $-\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. -2

૧૧ રેખા 4y -2x + 1 = 0 નો X- અંતઃખંડ = _________.

અ. $-\frac{1}{2}$ બ. $\frac{1}{2}$ ક. 2 ડ. -2

12 $\lim_{n \to \infty}\left(\frac{3n+2}{2n+3}\right)$ = __________.

a. 1 b. 0 c. $\frac{2}{3}$ D $\frac{3}{2}$

૧૨ $\lim_{n \to \infty}\left(\frac{3n+2}{2n+3}\right)$ = __________.

અ. 1 બ. 2 ક. $\frac{2}{3}$ ડ. $\frac{3}{2}$

13 $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin 9\theta}{2\theta}$ = ____________.

a. $\frac{9}{2}$ b. $\frac{2}{9}$ c. $\frac{1}{9}$ d. $\frac{1}{2}$

૧૩ $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin 9\theta}{2\theta}$ = ____________.

અ. $\frac{9}{2}$ બ. $\frac{2}{9}$ ક. $\frac{1}{9}$ ડ. $\frac{1}{2}$

14 $\lim_{x \to 2} \frac{x^5 - 32}{x-2} =$ ________.

a. 80　　b. 160　　c. 40　　d. 0

૧૪ $\lim_{x \to 2} \frac{x^5 - 32}{x-2} =$ ________.

અ. 80　　બ. 160　　ક. 40　　ડ. 0

Q.2 **(A)** Attempt any two . (કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો). **06**

1. If $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}=0$, find x.

૧. જો $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}=0$, હોય તો x નું મૂલ્ય શોધો

2. Prove that : $\log[x+\sqrt{x^2-1}\,] + \log[x-\sqrt{x^2-1}\,] = 0$

૨. સાબિત કરો કે : $\log[x+\sqrt{x^2-1}\,] + \log[x-\sqrt{x^2-1}\,] = 0$

3. Prove it : $(1+\tan 25^\circ)(1+\tan 20^\circ) = 2$

૩. સાબિત કરો કે : $(1+\tan 25^\circ)(1+\tan 20^\circ) = 2$

(B) Attempt any two, (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. If $\log\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ then prove that $x^2 = y^2$.

૧. જો $\log\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ હોય તો, સાબિત કરો કે, $x^2 = y^2$.

2. Prove that : $\frac{2}{\log_x yz+1} + \frac{2}{\log_y zx+1} + \frac{2}{\log_z xy+1} = 2$

૨. સાબિત કરો કે :. $\frac{2}{\log_x yz+1} + \frac{2}{\log_y zx+1} + \frac{2}{\log_z xy+1} = 2$

3. If $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ then prove that : $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right) = f(x).f(y)$

૩ જો $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ હોય તો, સાબિત કરો કે $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right) = f(x).f(y)$

Q.3 **(A)** Attempt any two, (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. Prove that : $\frac{\sin 75^\circ - \cos 75^\circ}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

૧. સાબિત કરો કે: $\frac{\sin 75^\circ - \cos 75^\circ}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2. Show that : $\frac{\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos\theta + \cos 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta} = \tan 3\theta$.

૨. દર્શાવો કે $\frac{\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos\theta + \cos 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta} = \tan 3\theta$.

3. If radius of the circle $4x^2 + 4y^2 - 16x + 24y + a = 0$ is 4 unit then find the value of 'a' .

3. વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 - 16x + 24y + a = 0$ ની ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય 4 હોય તો 'a' નું મૂલ્ય શોધો.

(B) Attempt any two . (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. $\frac{\sin(-\theta)\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right).\sin(\pi+\theta)\sec(\frac{3\pi}{2}+\theta)}{\sin(2\pi-\theta).\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta)cosec(\pi-\theta).cot(2\pi-\theta)} = 1$ prove that.

૧. $\frac{\sin(-\theta)\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right).\sin(\pi+\theta)\sec(\frac{3\pi}{2}+\theta)}{\sin(2\pi-\theta).\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta)cosec(\pi-\theta).cot(2\pi-\theta)} = 1$ સાબિત કરો.

2. Draw the graph of y = 2cosx. $(0 \le x \le \pi)$

૨. y = 2cosx નો આલેખ રચો. $(0 \le x \le \pi)$

3. Show that the angle between the vectors i+j-k and 2i-2j+k is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{26}{27}}$.

3. સાબિત કરો કે સદિશો i+j-k અને 2i-2j+k વચ્ચે રચાતો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{26}{27}}$ છે.

Q.4 (A) Attempt any two : (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. If $\bar{a} = 3i - j - 4k$, $\bar{b} = -2i + 4j - 3k$ and $\bar{c} = -i + 2j - 5k$ then find unit vector of $\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}$.

૧. જો સદિશો $\bar{a} = 3i - j - 4k$, $\bar{b} = -2i + 4j - 3k$ અને $\bar{c} = -i + 2j - 5k$ હોય તો સદિશ $\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}$ નો એકમ સદિશ મેળવો.

2. If the vectors(m+1)i-2j+4k and 4i +mj -3k are perpendicular then find m.

૨. *જો સદિશો* (m+1)i-2j+4k અને 4i +mj -3k પરસ્પર લંબ હોય તો m નું મૂલ્ય મેળવો.

3. Find the equation of a line having point (2,4) and perpendicular with the line 5x -7y + 11 = 0, also find its slope.

3. બિંદુ (2,4) ધરાવતી તથા રેખા 5x -7y + 11 = 0 ને લંબ રેખા નું સમીકરણ શોધી તેનો ઢાળ શોધો.

(B) Attempt any two : (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1 A particle moves form the point 3i-2j+k to the point i+3j-4k under the effect of constant forces i-j+k , i+j-3k and 4i+5j-6k then find the total work done.

૧ એક પદાર્થ નું સ્થાનાંતર બિંદુ 3i-2j+k થી બિંદુ i+3j-4k સુધી થાય ત્યારે લાગુ પડતા બળો i-j+k , i+j-3k તથા 4i+5j-6k છે તો થયેલ કુલ કાર્ય શોધો

2 $\bar{x}$ = (1,1,1) , $\bar{y}$ = (2,-1,-1) and $\bar{z}$ = (2,-2,1) then find $(\bar{x} \times \bar{y}) . (\bar{x} \times \bar{z})$

૨ $\bar{x}$ = (1,1,1) , $\bar{y}$ = (2,-1,-1) અને $\bar{z}$ = (2,-2,1) હોય તો, $(\bar{x} \times \bar{y}) . (\bar{x} \times \bar{z})$ શોધો.

3. Evaluate it : $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x+6}{x^2-5x+6}$

૩. મેળવો : $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x+6}{x^2-5x+6}$

5 **(A)** Attempt any two : (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. Evaluate it : $\lim_{x \to 0} \frac{15^x - 5^x - 3^x + 1}{x^2}$

૧. મેળવો : $\lim_{x \to 0} \frac{15^x - 5^x - 3^x + 1}{x^2}$

2. Evaluate it : $\lim_{x \to \infty} \left[\sqrt{x^2 + x + 1} - x\right]$

૨. મેળવો : $\lim_{x \to \infty} \left[\sqrt{x^2 + x + 1} - x\right]$

3. Evaluate it : $\lim_{\theta \to 0} \frac{1-\cos\theta}{\theta^2}$

3 મેળવો : $\lim_{\theta \to 0} \frac{1-\cos\theta}{\theta^2}$

(B) Attempt any two: (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. Find the equation of a circle having center (3,-1) and passing through the point (-1,2).

૧. (3,-1) કેન્દ્ર ધરાવતા અને (-1,2) બિંદુ માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો

2. Find the equation of normal and tangent for the circle $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 3 = 0$ at the point (-2,2).

૨. વર્તુળ $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 3 = 0$,ના બિંદુ (-2,2) પાસે ના સ્પર્શક અને અભીલંબ ના સમીકરણો મેળવો.

3. Find the equation of line passing through the intersection of the lines , x + y = 1 and 3x + 4y = 5 and parallel with the line 5x + y = 1.

3. રેખાઓ , x + y = 1 અને 3x + 4y = 5 ના છેદબિંદુ માંથી પસાર થતી અને રેખા 5x + y = 1 ને સમાંતર હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

****