

Seat No.: \_\_\_\_\_

Enrolment No. \_\_\_\_\_

## GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (OLD) – EXAMINATION – Winter-2022

Subject Code: 3300001

Date: 24-02-2023

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of non-programmable scientific calculator is permitted.
6. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

1. If  $\log_2(3x + 1) = 4$  then  $x =$  \_\_\_\_\_.  
a. 15                      b. 7                      c. 16                      d. 5
૧. જો  $\log_2(3x + 1) = 4$  હોય તો  $x =$  \_\_\_\_\_.  
અ. 15                      બ. 7                      સ. 16                      ડ. 5
2.  $\frac{1}{\log_3\left(\frac{1}{3}\right)} =$  \_\_\_\_\_.  
a. -1                      b. 1                      c. 0                      d. 3
૨.  $\frac{1}{\log_3\left(\frac{1}{3}\right)} =$  \_\_\_\_\_.  
અ. -1                      બ. 1                      સ. 0                      ડ. 3
3. If  $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{a} = \log(a + b)$  then \_\_\_\_\_.  
a.  $a + b = 1$                       b.  $a - b = 1$                       c.  $a = b$                       d.  $a^2 - b^2 = 1$
૩. જો  $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{a} = \log(a + b)$  હોય તો \_\_\_\_\_.  
અ.  $a + b = 1$                       બ.  $a - b = 1$                       સ.  $a = b$                       ડ.  $a^2 - b^2 = 1$
4. If  $\left| \begin{matrix} 2 & x \\ -3 & 5 \end{matrix} \right| = 13$  then  $x =$  \_\_\_\_\_.  
a.  $\frac{23}{3}$                       b. -1                      c. 0                      d. 1
૪. જો  $\left| \begin{matrix} 2 & x \\ -3 & 5 \end{matrix} \right| = 13$  હોય તો  $x =$  \_\_\_\_\_.  
અ.  $\frac{23}{3}$                       બ. -1                      સ. 0                      ડ. 1
5. If  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$  then  $A + B =$  \_\_\_\_\_.  
a. not possible                      b.  $\begin{bmatrix} 4 & 6 \end{bmatrix}$                       c.  $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$                       d.  $\begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$
૫. જો  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$  હોય તો  $A + B =$  \_\_\_\_\_.  
અ. not possible                      બ.  $\begin{bmatrix} 4 & 6 \end{bmatrix}$                       સ.  $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$                       ડ.  $\begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$

- અ. શક્ય નથી      બ. [4 6]      ક.  $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$       ડ. [11]
6. If  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$   $a_{ij} = 0$ , if  $i \neq j$  then  $A$  is \_\_\_\_\_ matrix.  
 $a_{ij} \neq 0$ , if  $i = j$   
 a. row      b. column      c. symmetric      d. diagonal
૬. જો  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$   $a_{ij} = 0$ , જો  $i \neq j$  હોય તો  $A$  \_\_\_\_\_ શ્રેણિક છે.  
 $a_{ij} \neq 0$ , જો  $i = j$
- અ. હાર      બ. સ્તંભ      ક. સંમિત      ડ. વિકર્ણ
7. For any square matrix  $A$ , If  $A^2 - 2A + 3I = 0$  then  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_.  
 a.  $\frac{1}{3}(2I - A)$       b.  $\frac{1}{3}(A - 2I)$       c.  $\frac{1}{3}A$       d.  $-\frac{1}{3}A$
૭. કોઈ ચોરસ શ્રેણિક  $A$ , માટે જો  $A^2 - 2A + 3I = 0$  હોય તો  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_.  
 અ.  $\frac{1}{3}(2I - A)$       બ.  $\frac{1}{3}(A - 2I)$       ક.  $\frac{1}{3}A$       ડ.  $-\frac{1}{3}A$
8.  $\frac{4\pi}{9}$  radian = \_\_\_\_\_ Degree.  
 a. 80      b. 40      c. 20      d. 10
૮.  $\frac{4\pi}{9}$  રેડિયન = \_\_\_\_\_ ડિગ્રી.  
 અ. 80      બ. 40      ક. 20      ડ. 10
9. For  $\triangle ABC$ ,  $\cos(A + B) =$  \_\_\_\_\_.  
 a.  $-\cos c$       b.  $\cos c$       c.  $\sin c$       d.  $-\sin c$
૯.  $\triangle ABC$  માટે,  $\cos(A + B) =$  \_\_\_\_\_.  
 અ.  $-\cos c$       બ.  $\cos c$       ક.  $\sin c$       ડ.  $-\sin c$
10.  $\tan 2x =$  \_\_\_\_\_.  
 a.  $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$       b.  $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$       c.  $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$       d.  $\frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$
૧૦.  $\tan 2x =$  \_\_\_\_\_.  
 અ.  $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$       બ.  $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$       ક.  $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$       ડ.  $\frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$
11. If  $\tan A = \frac{1}{2}$  and  $\tan B = \frac{1}{3}$  then  $\tan(A + B) =$  \_\_\_\_\_.  
 a.  $\frac{1}{6}$       b.  $\frac{5}{6}$       c.  $\frac{1}{5}$       d. .1
૧૧. જો  $\tan A = \frac{1}{2}$  અને  $\tan B = \frac{1}{3}$  હોય તો  $\tan(A + B) =$  \_\_\_\_\_.  
 અ.  $\frac{1}{6}$       બ.  $\frac{5}{6}$       ક.  $\frac{1}{5}$       ડ. .1
12. The circumference of a circle having radius  $r$  cm is \_\_\_\_\_.  
 a.  $\pi r^2$       b.  $\pi r$       c.  $2r$       d.  $2\pi r$
૧૨.  $r$  સે.મી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ નો પરિઘ \_\_\_\_\_ છે.  
 અ.  $\pi r^2$       બ.  $\pi r$       ક.  $2r$       ડ.  $2\pi r$
13. Area of square made from 40 cm long wire is \_\_\_\_\_  $cm^2$ .  
 a. 100      b. 1000      c. 1600      d. 10000
૧૩. 40 સેમી લાંબા વાયર માંથી બનાવેલ ચોરસ નું ક્ષેત્રફળ \_\_\_\_\_  $cm^2$ .  
 અ. 100      બ. 1000      ક. 1600      ડ. 10000
14. The volume of hemisphere having radius  $r$  is \_\_\_\_\_.  
 a.  $\frac{3}{2}\pi r^2$       b.  $\frac{2}{3}\pi r^2$       c.  $\frac{3}{2}\pi r^3$       d.  $\frac{2}{3}\pi r^3$
૧૪.  $r$  ત્રિજ્યા ધરાવતા અર્ધગોળકનું ઘનફળ \_\_\_\_\_ થાય.  
 અ.  $\frac{3}{2}\pi r^2$       બ.  $\frac{2}{3}\pi r^2$       ક.  $\frac{3}{2}\pi r^3$       ડ.  $\frac{2}{3}\pi r^3$

Q.2

06

(A) Attempt any two. કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

1. Prove that  $\log(\log x^2) - \log(\log x) = \log 2$ .
૧. સાબિત કરો કે  $\log(\log x^2) - \log(\log x) = \log 2$ .
2. If  $\frac{2\log_5 x + \log_5 9}{\log_5 3x} = \log_5 x$  then find the value of  $x$ .
૨. જો  $\frac{2\log_5 x + \log_5 9}{\log_5 3x} = \log_5 x$  હોય તો  $x$  ની કિંમત શોધો.
3. Radius of a cone is 4 meter and height is 12 meter then find the volume of cone.
૩. એક શંકુની ત્રિજ્યા ૪ મીટર અને ઊંચાઈ ૧૨ મીટર હોય તો શંકુનું ઘનફળ શોધો.
4. Find curved surface area of a cylinder whose radius is 3 cm and height is 4 cm.
૪. એક નળાકારની ત્રિજ્યા ૩ સેમી અને ઊંચાઈ ૪ સેમી છે તો નળાકારની વક્રસપાટી નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If  $\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$  then prove that  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ .
૧. જો  $\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$  હોય તો સાબિત કરો કે  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ .
2. Prove that  $\log_{\sqrt{q}} p^2 \times \log_{\sqrt{r}} q^2 \times \log_{\sqrt{p}} r^2 = 64$ .
૨. સાબિત કરો કે  $\log_{\sqrt{q}} p^2 \times \log_{\sqrt{r}} q^2 \times \log_{\sqrt{p}} r^2 = 64$ .
3. Length of solid cube is 44cm. How many small balls of radius 2 cm can be made by melting this cube?
૩. ૪૪ સેમી લંબાઈ ધરાવતા સમઘનને ઓગળીને ૨ સેમી ત્રિજ્યાના ગોલક આકારની કેટલી લખોટીઓ બનાવી શકાય છે?
4. Diameter of a cylindrical tank is 7 meter. If 385  $m^3$  water is fill in the tank. what will be the height of water in tank?
૪. એક નળાકાર ટાંકીનો વ્યાસ ૭ મીટર છે. જો ટાંકીમાં ૩૮૫ ઘનમીટર પાણી સમાઈ શકતું હોય તો નળાકાર ટાંકી ની ઊંચાઈ કેટલી હશે?

Q.3

06

(A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

1. If  $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = 0$  then prove that  $a = b$  or  $a = -2b$ .
૧. જો  $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = 0$  હોય તો સાબિત કરો કે  $a = b$  અથવા  $a = -2b$ .
2. If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  then prove that  $(A+B)^T = A^T + B^T$ .
૨. જો  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  અને  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  હોય તો સાબિત કરો કે  $(A+B)^T = A^T + B^T$ .
3. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  then find  $(AB)^T$ .
૩. જો  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  અને  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  હોય તો  $(AB)^T$  શોધો.
4. If  $B = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  then prove that  $B^{-1} = \text{Adj}B$ .
૪. જો  $B = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  હોય તો સાબિત કરો કે  $B^{-1} = \text{Adj}B$ .

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

1. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 17 & -1 & 3 \\ -24 & -1 & -16 \\ -7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $4A + 3C = B$  then find matrix  $C$ .

૧. જો  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 17 & -1 & 3 \\ -24 & -1 & -16 \\ -7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  અને  $4A + 3C = B$  હોય તો શ્રેણિક  $C$  શોધો.

2. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  then prove that  $A^2 - 4A = 5I$ .

૨. જો  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  હોય તો સાબિત કરો કે  $A^2 - 4A = 5I$ .

3. If  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  then find  $A^{-1}$ .

૩. જો  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  તો  $A^{-1}$  શોધો.

4. Solve by matrix method  $2x + 3y = 1$   
 $y - 4x = 2$

૪. શ્રેણિક ની રીતે ઉકેલો  $2x + 3y = 1$   
 $y - 4x = 2$

Q.4

(A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

1. Prove that  $\frac{\sin(\theta - \frac{\pi}{2})}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} - \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\operatorname{cosec}(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sec(\pi - \theta)} = -1$ .

૧. સાબિત કરો કે  $\frac{\sin(\theta - \frac{\pi}{2})}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} - \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\operatorname{cosec}(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sec(\pi - \theta)} = -1$ .

2. Prove that  $2 \sin \left( A + \frac{\pi}{3} \right) = \sin A + \sqrt{3} \cos A$ .

૨. સાબિત કરો કે  $2 \sin \left( A + \frac{\pi}{3} \right) = \sin A + \sqrt{3} \cos A$ .

3. For  $\triangle ABC$  prove that  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$ .

૩.  $\triangle ABC$  માટે સાબિત કરો કે  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$ .

4. If  $M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  then find  $M^3$ .

૪. જો  $M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  હોય તો  $M^3$  શોધો.

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

1. Prove that  $\cos 20^\circ + \cos 60^\circ + \cos 100^\circ + \cos 140^\circ = \frac{1}{2}$

૧. સાબિત કરો કે  $\cos 20^\circ + \cos 60^\circ + \cos 100^\circ + \cos 140^\circ = \frac{1}{2}$

2. Prove that  $\tan^{-1} \frac{5}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{6} = \frac{\pi}{4}$ .

૨. સાબિત કરો કે  $\tan^{-1} \frac{5}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{6} = \frac{\pi}{4}$ .

3. Draw the graph of  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .

૩.  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$  નો આલેખ દોરો.

4. If  $P = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  then evaluate  $P^2 + 9I$ .

૪. જો  $P = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  તો  $P^2 + 9I$  નું મૂલ્ય શોધો.

Q.5

06

(A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

1. If  $\vec{a} = i + 2j + k$ ,  $\vec{b} = 2i - 3j + k$  and  $\vec{c} = -2i - j + 5k$  then find the value of  $|2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}|$ .
૧. જો  $\vec{a} = i + 2j + k$ ,  $\vec{b} = 2i - 3j + k$  અને  $\vec{c} = -2i - j + 5k$  હોય તો  $|2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}|$  ની કિંમત શોધો.
2. For which value of  $p$ , the vectors  $2i + 3j - 5k$  and  $pi + j + 3k$  are perpendicular to each other?
૨.  $p$  ના કયા મૂલ્ય માટે સદીશો  $2i + 3j - 5k$  અને  $pi + j + 3k$  પરસ્પર લંબ સદીશો થશે?
3. If  $\vec{x} = (-4, 9, 6)$ ,  $\vec{y} = (0, 7, 10)$  and  $\vec{z} = (-1, 6, 6)$  then prove that  $(\vec{x} - \vec{z}) \cdot (\vec{y} - \vec{z}) = 0$ .
૩. જો  $\vec{x} = (-4, 9, 6)$ ,  $\vec{y} = (0, 7, 10)$  અને  $\vec{z} = (-1, 6, 6)$  હોય તો સાબિત કરો કે  $(\vec{x} - \vec{z}) \cdot (\vec{y} - \vec{z}) = 0$ .
4. Simplify  $(10i + 2j + 3k) \cdot [(i - 2j + 2k) \times (3i - 2j - 2k)]$ .
૪. સાદુ રૂપ આપો  $(10i + 2j + 3k) \cdot [(i - 2j + 2k) \times (3i - 2j - 2k)]$ .

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If  $\vec{a} = i + j + k$  and  $\vec{b} = 2i - 2j + k$  then find unit vector perpendicular to both the vectors  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$ .
૧. જો  $\vec{a} = i + j + k$  અને  $\vec{b} = 2i - 2j + k$  હોય તો  $\vec{a} + \vec{b}$  અને  $\vec{a} - \vec{b}$  ને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.
2. Prove that the angle between the vectors  $3i + j + 2k$  and  $2i - 2j + 4k$  is  $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$ .
૨. સાબિત કરો કે સદિશો  $3i + j + 2k$  અને  $2i - 2j + 4k$  વચ્ચેનો ખૂણો  $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$  છે.
3. The constant forces  $3i - j + 2k$  and  $i + 3j - k$  act on a particle and particle moves from the point  $2i + 3j + k$  to the point  $5i + 2j + 3k$ . Find the work done by the force.
૩. એક કણ ઉપર અચળ બળો  $3i - j + 2k$  અને  $i + 3j - k$  કાર્ય કરતા હોય તો તે કણ બિંદુ  $2i + 3j + k$  થી બિંદુ  $5i + 2j + 3k$  સુધી આવે છે. બળથી થતું કાર્ય શોધો.
4. If  $\vec{a} = 2i + j - k$ ,  $\vec{b} = i - j + 2k$  and  $\vec{c} = i - 2j + k$  then find direction cosines of  $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$ .
૪. જો  $\vec{a} = 2i + j - k$ ,  $\vec{b} = i - j + 2k$  અને  $\vec{c} = i - 2j + k$  હોય તો  $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$  ના દિશાકોસાઈન મેળવો.