Seat No.: Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (OLD) – EXAMINATION – Winter-2023

Subject Code: 3300001 **Date: 01-02-2024**

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q1. Choose the correct option. સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો. (14)

1. $log_5\,(125) = \_\_\_\_$

a) 2 b)3 c) 5 d) 25

$log_5\,(125) = \_\_\_\_$

a) 2 *b)*3 *c)* 5 *d) 25*

2. $log_a\, a = \_\_\_\_$

a) 0 b)1 c) a d) None of these

$log_a\, a = \_\_\_\_$

a) 0 *b)1* *c)* a *d)* એક પણ નહીં

3. $\left(log_b^a\right)\left(log_c^b\right)\left(log_a^c\right) = \_\_\_\_\_$

a) 0 b) 1 c) abc d) None of these

$\left(log_b^a\right)\left(log_c^b\right)\left(log_a^c\right) = \_\_\_\_\_$

a) 0 b) 1 c) abc d) એક પણ નહીં

4. $If\ \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5\ \ then\ \begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix} = \_\_\_\_$

a) 30 b) 15 c)45 d) 9

જો $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ હોય તો $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix} = \_\_\_\_$

a) 30 b) 15 c)45 d) 9

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\ then\ A^2 = \_\_\_\_$

a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 14 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 4 & -12 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 =$ _____

a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 14 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 4 & -12 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

6. $Matrix \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ is_____ Matrix

a) 2×3 b) 3×2 c) 2×2 d) None of these

શ્રેણીક $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ _____શ્રેણીક છે.

a) 2×3 b) 3×2 c) 2×2 d) એક પણ નહીં

7. $If\ A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}\ then\ 2A - 3I =$ _____

a) $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$

જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ હોય તો $2A - 3I =$ _____

a) $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$

8. $\sin 120° =$ _____

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

9. $135° =$ ____$radian$

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{2\pi}{3}$ d) $\frac{3\pi}{4}$

10. Period of $f(x) = \tan\ (2x + 7)\ is$____

a) 2π b) $\frac{\pi}{2}$ c) π d) $\frac{2\pi}{7}$

$f(x) = \tan\ (2x + 7)$ નું આવર્તમાન _____ છે.

a)2π b) $\frac{\pi}{2}$ c) π d) $\frac{2\pi}{7}$

11. $sin^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{6}\right) =$ ____

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) π d) 2π

12. Area of a circle having radius 4 cm is ____ cm^2.

a) 4π b) 16π c) 8π d) 12π

૪ cm ની ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ નું ક્ષેત્રફળ ____ cm^2 થાય.

a)4π b) 16π c) 8π d) 12π

13. 1 square meters =_____ square cm.

a) 100 b) 1000 c) 10,000 d) $\frac{1}{100}$

1 ચોરસ મીટર =_____ ચોરસ સેંટીમીટર.

a)100 b) 1000 c) 10,000 d) $\frac{1}{100}$

14. Volume of a sphere having radius r is_____

a) $\frac{4}{3}\pi r^2$ b)$\frac{3}{4}\pi r^2$ c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ d) $4\pi r^2$

r ત્રિજ્યાવાળા ગોળા નું ઘનફળ _____ થાય.

a)$\frac{4}{3}\pi r^2$ b)$\frac{3}{4}\pi r^2$ c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ d) $4\pi r^2$

Q. 2 (A) Attempt any two . કોઈ પણ બે ગણો. (6)

1. *Prove that* $\log\left(\frac{51}{80}\right) + log\left(\frac{44}{85}\right) - log\left(\frac{99}{160}\right) - \log\left(\frac{8}{15}\right) = 0$

   સાબિત કરો કે $\log\left(\frac{51}{80}\right) + log\left(\frac{44}{85}\right) - log\left(\frac{99}{160}\right) - \log\left(\frac{8}{15}\right) = 0$

2. $Prove\ that\ \left(\frac{1}{\log_a abc} + \frac{1}{\log_b abc} + \frac{1}{\log_c abc} = 1\right)$

   સાબિત કરો કે $\left(\frac{1}{\log_a abc} + \frac{1}{\log_b abc} + \frac{1}{\log_c abc} = 1\right)$

3. Sides of a triangle is 7 cm, 8 cm, 9 cm. Find the area of the triangle.

   ત્રિકોણ ની ત્રણ બાજુઓ ના માપ 7 cm, 8 cm, 9 cm છે. આ ત્રિકોણ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

4. A cylinder having radius 20 cm and height 21 cm. Find volume of the cylinder.

   નળાકારની ત્રિજ્યા 20 cm અને ઊંચાઈ 21 cm. નળાકાર નું ઘનફળ શોધો.

(B) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (8)

1. If $\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ then prove that $x^2 + y^2 = 7xy$

   જો $\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ હોયતો, સાબિત કરો કે $x^2 + y^2 = 7xy$

2. $Prove\ that\ \log_{10} 800 = 2 + 3\log_{10} 2$

   સાબિત કરો કે $\log_{10} 800 = 2 + 3\log_{10} 2$

3. If area of a circle is 38.5 cm^2 then find its circumference.

   જો વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ 38.5 cm^2 હોય તો, તેની પરિધ શોધો.

4. How many spherical balls of radius 1 cm can be made from a cube of length 22 cm. ($\pi = 22/7$)

5. 22cm લંબાઈ ધરાવતા સમઘન માથી 1cm ત્રિજ્યાના કેટલા નંગ ગોળા બનાવી શકાય ? ($\pi = 22/7$)

Q.3 (A) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (6)

1. $If\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\ B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\ then\ prove\ that\ (A+B)^T = A^T + B^T$

જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(A+B)^T = A^T + B^T$

2. $If \begin{vmatrix} x & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $then\ find\ x.$

   જો $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો x શોધો .

3. $For\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ $Prove\ that\ A \cdot Adj\ A = |A| \cdot I$

   $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ માટે સાબિત કરો કે $A \cdot Adj\ A = |A| \cdot I$

4. $Find\ A^{-1} for\ A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

   $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ માટે A^{-1} શોધો.

(B) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (8)

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $Prove\ that\ AB = AC.$

   $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ માટે સાબિત કરો કે $AB = AC.$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $Prove\ that\ A^2 - 4A - 5I = 0.$

   $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ માટે સાબિત કરો કે $A^2 - 4A - 5I = 0.$

3. If $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ $then\ find\ AB$

   જો $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો AB શોધો.

4. Solve linear equation $2x + 3y = 1$ and $2x - y = 5$ by using matrix.

   સમીકરણ $2x + 3y = 1$ and $2x - y = 5$ ને શ્રેણિક ની મદદ થી ઉકેલો.

Q4. (A) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (6)

1. $Prove\ that \frac{sin\theta}{1+cos\theta} + \frac{1+cos\theta}{sin\theta} = 2cosec\theta$

   સાબિત કરો કે $\frac{sin\theta}{1+cos\theta} + \frac{1+cos\theta}{sin\theta} = 2cosec\theta$

2. $Evaluate\ \sin^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{3\pi}{4} + \sin^2\frac{5\pi}{4} + \sin^2\frac{7\pi}{4}$

   $\sin^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{3\pi}{4} + \sin^2\frac{5\pi}{4} + \sin^2\frac{7\pi}{4}$ નું મૂલ્ય શોધો.

3. $Prove\ that \frac{\cos A+\cos 3A+\cos 5A}{\sin A+\sin 3A+\sin 5A} = cot\ 3A$

   સાબિત કરો કે $\frac{\cos A+\cos 3A+\cos 5A}{\sin A+\sin 3A+\sin 5A} = cot\ 3A$

4. $If\ \ A = \begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}\ B = \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}\ C = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$

   $then\ prove\ that\ A\cdot(B+C) = AB + AC$

   જો $A = \begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}\ B = \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}\ C = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$

   હોય તો સાબિત કરો કે $A\cdot(B+C) = AB + AC$

(B) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (8)

1. $Draw\ graph\ of\ y = \sin x \quad 0 \le x \le \pi$

   $y = \sin x \quad 0 \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો.

2. $Prove\ that \cos\left(\frac{\pi}{13}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{13}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{13}\right) + cos\left(\frac{12\pi}{13}\right) = 0$

   સાબિત કરો કે $\cos\left(\frac{\pi}{13}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{13}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{13}\right) + cos\left(\frac{12\pi}{13}\right) = 0$

3. $Prove\ that \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

   સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

4. Solve using matrix: -

   $x + y + z = 1,\ x + 2y + 3z = 4,\ x + 3y + 4z = 6$

   શ્રેણિક ની મદદ થી ઉકેલ શોધો: -

   $x + y + z = 1,\ x + 2y + 3z = 4,\ x + 3y + 4z = 6$

Q5. (A) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (6)

1. If $a = (3,\ -1, -4) \quad b = (-2,\ 4, -3) \quad c = (-1,\ 2, -1) then\ Find\ |3a - 2b + 4c|.$

   જો $a = (3,\ -1, -4)\ b = (-2,\ 4, -3)\ c = (-1,\ 2, -1)$ હોય તો $|3a - 2b + 4c|$ શોધો .

2. $x = (i - 2j + 3k) \quad y = (-2i + 3j + k) \quad z = (3i + j - 2k)$

   $then\ find\ (x + y)\cdot(x - y).$

   જો $x = (i - 2j + 3k) \quad y = (-2i + 3j + k) \quad z = (3i + j - 2k)$

   હોય તો $(x + y)\cdot(x - y)$ શોધો.

3. $If\ (m,\ 2m,\ 4)\ and\ (m, -3,\ 2)$ are mutually perpendicular, then find m.

   જો $(m,\ 2m,\ 4)\ and\ (m, -3,\ 2)$ પરસ્પર લંબ હોય તો m શોધો.

4. $Evaluate\ (i + 2j + k)\cdot(3k - 2j + 4i)$

$(i + 2j + k) \cdot (3k - 2j + 4i)$ શોધો.

(B) Attempt any two. કોઈ પણ બે ગણો. (8)

1. $a = (2, -3, -1) \quad b = (1,\ 4, -3)$. Find $(a + b) \times (a - b)$

   $a = (2, -3, -1) \quad b = (1,\ 4, -3)$. હોય તો $(a + b) \times (a - b)$ શોધો.

2. $If\ x = (1,\ 2,\ 3) \quad y = (-2,\ 1, -2)$, then find perpendicular unit vector.

3. જો $x = (1,\ 2,\ 3) \quad y = (-2,\ 1, -2)$,હોય તો તેને લંબ એકમ સદીશ શોધો.

4. Prove that the angle between vectors $i + 2j\ and\ i + j + 3k\ is \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{46}{55}}\right)$

   સદીશ $i + 2j$ અને $i + j + 3k$ ની વચ્ચે નો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{46}{55}}\right)$ છે તેમ સાબિત કરો.

5. A particle moves under the forces $(1,\ 2,\ 1), (2, -1,\ 0)$ from the point $(-1,\ 2,\ 1)$ to $(2,\ 3, -1)$, then find the work done.

   અચલ બળો $(1,\ 2,\ 1), (2, -1,\ 0)$ એક કણ પર લાગતા તેનું બિંદુ $(-1,\ 2,\ 1)$ થી $(2,\ 3, -1)$ સુધી સ્થળાંતર થાય છે, તો કાર્ય શોધો.