Seat No.: Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering/Diploma Architecture (DA) – SEMESTER – 1/2 – EXAMINATION – Winter-2023

Subject Code: 4300001 **Date: 02-02-2024**

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 $\begin{vmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{vmatrix} =$ __________.

a. 0 b. -1 c. 1 d. 2

૧ $\begin{vmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{vmatrix} =$ __________.

અ. 0 બ. -1 ક. 1 ડ. 2

2 If $f(x) = x^3 - 1$ then $f(-1) =$ _______.

a. 2 b. -1 c. 1 d. -2

૨ જો $f(x) = x^3 - 1$ હોય તો $f(-1) =$ _______.

અ. 2 બ. -1 ક. 1 ડ. -2

3 $\log 1 * \log 2 * \log 3 * \log 4 =$ ___________.

a. 0 b. $\log 24$ c. $\log 10$ d. 10

૩ $\log 1 * \log 2 * \log 3 * \log 4 =$ ___________.

અ. 0 બ. $\log 24$ ક. $\log 10$ ડ. 10

4 $\log x - \log y =$ __________.

a. $\log xy$ b. $\log \frac{x}{y}$ c. $\log \frac{y}{x}$ d. $\log(x - y)$

૪ $\log x - \log y =$ __________.

અ. $\log xy$ બ. $\log \frac{x}{y}$ ક. $\log \frac{y}{x}$ ડ. $\log(x - y)$

5 Principal Period of $\sin(2x + 7) =$ _______

a. 2π b. 3π c. π d. 7π

૫ $\sin(2x + 7)$ નું મુખ્યઆવર્તમાન _________ છે.

અ. 2π બ. 3π ક. π ડ. 7π

6 $450° =$ ________$radian$

a. $\frac{2\pi}{5}$ b. $\frac{3\pi}{5}$ c. $\frac{5\pi}{2}$ d. $\frac{3\pi}{2}$

૬ $450° =$ ________$radian$

અ. $\frac{2\pi}{5}$ બ. $\frac{3\pi}{5}$ ક. $\frac{5\pi}{2}$ ડ. $\frac{3\pi}{2}$

7 $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x =$ _______.

a. 0 b. π c. 2π d. $\frac{\pi}{2}$

૭ $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x =$ _______.

અ. 0 બ. π ક. 2π ડ. $\frac{\pi}{2}$

8 $|2i - 3j + 4k| =$ _____.

a. $\sqrt{29}$ b. $\sqrt{20}$ c. 29 d. 20

૮ $|2i-3j+4k| =$ _____.

અ. $\sqrt{29}$ બ. $\sqrt{20}$ ક. 29 ડ. 20

9 $For\ vector\ \overline{a}\ \times\overline{a} =$ _______.

a. $|a|^2$ b. $|a|$ c. a^2 d. 0

૯ $For\ vector\ \overline{a}\ \times\overline{a} =$ _______.

અ. $|a|^2$ બ. $|a|$ ક. a^2 ડ. 0

10 If two lines having a slop $m_1\ and\ m_2$ are perpendicular to each other then _________.

a. $m_1 \cdot m_2 = 1$ b. $m_1 = m_2$ c. $m_1 \cdot m_2 = -1$ d. $m_1 \cdot m_2 = 0$

11 If $x^2 + y^2 = 25$ then its radius ______.

a. 2 b. 3 c. 5 d. 25

૧૧ જો $x^2 + y^2 = 25$ હોય તો તેની ત્રિજ્યા ______ થાય.

અ. 2 બ. 3 ક. 5 ડ. 25

12 $\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{\sin 5\theta}{\tan 7\theta} =$ _______.

a. $\frac{7}{5}$ b. $\frac{5}{7}$ c. $\frac{2}{5}$ d. 35

૧૨ $\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{\sin 5\theta}{\tan 7\theta} =$ _______.

અ. $\frac{7}{5}$ બ. $\frac{5}{7}$ ક. $\frac{2}{5}$ ડ. 35

13 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - 1}{x} =$ ________.

a. e b. -1 c. 1 d. 0

૧૩ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - 1}{x} =$ ________.

અ. e બ. -1 ક. 1 ડ. 0

14 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2 - 1}{x - 1} =$ _______.

a. -2 b. 1 c. -1 d. 2

૧૪ $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2 - 1}{x - 1} =$ _______.

અ. -2 બ. 1 ક. -1 ડ. 2

Q.2 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then prove that $(1) f(x)\cdot f(-x) = 1$ $(2)\ f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$=0.

૧. જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(1) f(x)\cdot f(-x) = 1$ $(2)\ f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$=0.

2. If $\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 30$ then find the value of x.

૨. જો $\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 30$ તો x ની કિંમત શોધો.

3. Prove that $\tan 55° = \frac{\cos 10° + \sin 10°}{\cos 10° - \sin 10°}$.

૩. સાબિત કરો કે $\tan 55° = \frac{\cos 10° + \sin 10°}{\cos 10° - \sin 10°}$.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Prove that $\dfrac{1}{\log_{xy} xyz} + \dfrac{1}{\log_{yz} xyz} + \dfrac{1}{\log_{zx} xyz} = 2.$

૧. સાબિત કરો કે $\frac{1}{\log_{xy} xyz} + \frac{1}{\log_{yz} xyz} + \frac{1}{\log_{zx} xyz} = 2.$

2. If $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ then prove that $a^2 + b^2 = 7ab$.

૨. જો $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ હોય તો સાબિત કરો કે $a^2 + b^2 = 7ab$.

3. If $\frac{\log x \times \log 16}{\log 32} = \log 256$ then find the value of x.

૩. જો $\frac{\log x \times \log 16}{\log 32} = \log 256$ હોય તો x ની કિંમત શોધો.

Q.3 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Prove that $\frac{sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{cos(\pi-\theta)} + \frac{cot\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}{tan(\pi-\theta)} + \frac{cosec\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{sec(\pi+\theta)} = -3.$

૧. સાબિત કરો કે $\frac{sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{cos(\pi-\theta)} + \frac{cot\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}{tan(\pi-\theta)} + \frac{cosec\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{sec(\pi+\theta)} = -3.$

2. Prove that $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

૨. સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

3. Find the equation of the line passing through the points $(1, 6)$ *and* $(-2, 5)$. Also find the slope of the line.

3. $(1, 6)$ અને $(-2, 5)$ માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો. તથા તેનો ઢાળ પણ શોધો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Draw the graph of $y = \sin x; 0 \le x \le \pi$.

૧. $y = \sin x; 0 \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો.

2. Prove that $\frac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 4\theta+\sin 5\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 4\theta+\cos 5\theta} = \tan 3\theta$.

૨. સાબિત કરો કે $\frac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 4\theta+\sin 5\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 4\theta+\cos 5\theta} = \tan 3\theta$.

3. The constant forces $i - j + k, i + j - 3k$ *and* $4i + 5j - 6k$ act on a particle. Under the action of these forces, particle moves from the point $3i - 2j + k$ to the point $i + 3j - 4k$. Find the total work done by the forces.

૩. કોઈકણ પર $i - j + k, i + j - 3k$ અને $4i + 5j - 6k$ જેટલાં બળો લાગે છે આ બળની અસરથી કણ બિંદુ $3i - 2j + k$ થી બિંદુ $i + 3j - 4k$ જેટલું ખસે છે તો બળ દ્વારા થયેલું કાર્ય શોધો.

Q.4 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. If $\bar{a} = 3i - j - 4k, \bar{b} = 4j - 2i - 3k$ *and* $\bar{c} = 2j - k - i$ then find the $|3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}|$.

૧. જો $\bar{a} = 3i - j - 4k, \bar{b} = 4j - 2i - 3k$ અને $\bar{c} = 2j - k - i$ તો $|3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}|$ શોધો.

2. For what value of m, the vectors $2i - 3j + 5k$ *and* $mi - 6j - 8k$ are perpendicular to the each other?

૨. m ની કઈ કિંમત માટે સદિશ $2i - 3j + 5k$ અને $mi - 6j - 8k$ એકબીજાને લંબ થશે.

3. Find the equation of the circle having centre $(4, 3)$ and passing through the points $(7, -2)$.

૩. $(7, -2)$ માંથી પસાર થતાં અને $(4, 3)$ કેન્દ્ર વાળા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Prove that the angle between the vectors $i + 2j$ *and* $i + j + 3k$ is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$.

૧. સાબિત કરો કે સદીશો $i + 2j$ અને $i + j + 3k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ છે.

2. If $\bar{x} = -2k + 3i$ and $\bar{y} = 5i + 2j - 4k$ then find the value of $|(\bar{x} + \bar{y}) \times (\bar{x} - \bar{y})|$.

૨. જો સદિશ $\bar{x} = -2k + 3i$ અને $\bar{y} = 5i + 2j - 4k$ હોય તો $|(\bar{x} + \bar{y}) \times (\bar{x} - \bar{y})|$ શોધો.

3. Evaluate : $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2 + n + 1} - n\right)$

૩. કિંમત મેળવો : $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2 + n + 1} - n\right)$

Q.5 **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Evaluate : $\lim_{x\to-2}\frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^2 + x - 2}$

૧. કિંમત મેળવો : $\lim_{x\to-2}\frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^2 + x - 2}$

2. Evaluate : $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1 - \sin x}{cos^2 x}$

૨. કિંમત મેળવો : $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1 - \sin x}{cos^2 x}$

3. Evaluate : $\lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}$

૩. કિંમત મેળવો : $\lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}$

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Find the equation of the line passing through the point ($2, 4$) and perpendicular to the line $5x - 7y + 11 = 0$.

૧. બિંદુ ($2, 4$) માંથી પસાર થતી અને રેખા $5x - 7y + 11 = 0$ ને લંબ રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

2. If the equation of the circle is $2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y - 6 = 0$ then find its centre and radius.

૨. જો વર્તુળનું સમીકરણ $2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y - 6 = 0$ હોય તો તેના કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા મેળવો.

3. Find the equation of tangent and normal of the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ at the point ($-2, 2$).

૩. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ નું બિંદુ ($-2, 2$) આગળ સ્પર્શક અને અભિલંબનાં સમીકરણ મેળવો.

****