Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DI/DA – SEMESTER – 1 – EXAMINATION – Winter-2024

Subject Code: 4300001 **Date: 03-01-2025**

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.**
5. **English version is authentic.**

Q.1`		**Fill in the blanks using appropriate choice from the given options**	**14**
		(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો)	
	1.	if $f(x) = \frac{1}{x}$ $, then\ the\ value\ of\ f(1)$ is ___________.	
		a. 0 b. 1 c. -1 d. -2	
	2.	$log_b a \times log_a b$ = ___________.	
		a.0 b. 1 c. ab d. ab	
	૨.	$log_b a \times log_a b$ = ___________.	
		અ.0 બ. 1 ક. ab ડ. ab	
	3.	If $\begin{vmatrix} x & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$ = 2 than x = _________.	
		a. 2 b. -1 c. -2 d. -3	
	૩.	જો $\begin{vmatrix} x & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$ = 2 તો x = _________.	
		અ. 2 બ. -1 ક. -2 ડ. -3	
	4.	Find the value: $\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	
		a. 8 b. -8 c. -2 d. 16	

	૪.	કિંમત શોધો: $\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$.	
		અ. 8 બ. -8 ક. -2 ડ. 16	
	5.	135° = __________ Radian.	
		a. $\frac{\pi}{4}$ b. $\frac{3\pi}{4}$ c. $\frac{5\pi}{4}$ d. $\frac{5\pi}{6}$	
	૫.	135° = __________ રેડિયન	
		અ. $\frac{\pi}{4}$ બ. $\frac{3\pi}{4}$ ક. $\frac{5\pi}{4}$ ડ. $\frac{5\pi}{6}$	
	6.	$sin\ 120°$ =_________.	
		a. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\sqrt{3}$	
	૬.	$sin\ 120°$ =_________.	
		અ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ બ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ક. $\frac{1}{2}$ ડ. $\sqrt{3}$	
	7.	$sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ = __________.	
		a. sin θ b. – sin θ c. cos θ d. – cosec θ	
	૭.	$sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ = __________.	
		અ. sin θ બ. – sin θ ક. cos θ ડ. – cosec θ	
	8.	If $\bar{a} = (1,1,1)$ and $\bar{b} = (2,2,2)$ than $\bar{a} \times \bar{b}$ = _________.	
		a. (2,2,2) b. (1,1,1) c. (3,3,3) d. (0,0,0)	
	૮.	જો $\bar{a} = (1,1,1)$ અને $\bar{b} = (2,2,2)$ તો $\bar{a} \times \bar{b}$ = _________.	
		અ. (2,2,2) બ. (1,1,1) ક. (3,3,3) ડ. (0,0,0)	
	9.	$\bar{a} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$ and $\bar{b} = \hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$ than $\bar{a}.\bar{b}$ = _________.	
		a. 2 b. -2 c. 1 d. 0	
	૯.	જો $\bar{a} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$ અને $\bar{b} = \hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$ તો $\bar{a}.\bar{b}$ = _________.	
		અ. 2 બ. -2 ક. 1 ડ. 0	
	10	If lines $5x - py = 3$ and $2x + 3y = 4$ are parallel to each other than, $p =$ ________.	

		a. $\frac{3}{2}$ b. $-\frac{3}{2}$ c. $-\frac{15}{2}$ d. $\frac{15}{2}$	
	૧૦	જો સુરેખાઓ $5x - py = 3$ અને $2x + 3y = 4$ પરસ્પર સમાંતર હોય, તો $p =$ ________.	
		અ. $\frac{3}{2}$ બ. $-\frac{3}{2}$ ક. $-\frac{15}{2}$ ડ. $\frac{15}{2}$	
	11	The radius of the circle $x^2 + y^2 + 2xcos\theta + 2ysin\theta = 8$ is ________.	
		a.1 b. $2\sqrt{3}$ c. $\sqrt{10}$ d. 3	
	૧૧	$x^2 + y^2 + 2xcos\theta + 2ysin\theta = 8$ વર્તુળની ત્રિજ્યા _______ છે.	
		અ.1 બ. $2\sqrt{3}$ ક. $\sqrt{10}$ ડ. 3	
	12	$\lim_{x\to\infty} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ = ___________. $n \in R$	
		a.na^{n-1} b. $(n-1)a^n$ c.$(n-1)x^n$ d. nx^{n-1}	
	૧૨	$\lim_{x\to\infty} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ = ___________. $n \in R$	
		અ. na^{n-1} બ. $(n-1)a^n$ ક.$(n-1)x^n$ ડ. nx^{n-1}	
	13	$\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x}$ = ___________.	
		a. 0 b. 1 c. -1 d. ∞	
	૧૩	$\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x}$ = ___________.	
		અ. 0 બ. 1 ક. -1 ડ. ∞	
	14	Obtain the Limit of $\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	
		a. 0 b. 1 c. e d. ∞	
	૧૪	$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ નું લક્ષ મેળવો.	
		અ. 0 બ. 1 ક. e ડ. ∞	

Q.2	(A)	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**06**
	1.	If $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$ than find x.	
	૧.	જો $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$ તો x શોધો.	
	2.	If $log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(log\, a + log\, b)$ than prove that $a = b$.	
	૨.	જો $log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(log\, a + log\, b)$ સાબિત કરો કે $a = b$.	
	3.	Obtain the value of $tan\, 75°$ or obtain the value of $tan\frac{5\pi}{12}$.	
	૩.	$tan\ 75°$ ની કિંમત શોધો. અથવા $tan\ \frac{5\pi}{12}$ ની કિંમત શોધો.	
	(B)	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**08**
	1.	If $\frac{x}{b-c} = \frac{y}{c-a} = \frac{z}{a-b}$ than prove that, (i) $xyz = 1$ (ii) $x^a y^b z^c = 1$	
	૧.	જો $\frac{x}{b-c} = \frac{y}{c-a} = \frac{z}{a-b}$ હોય, તો સાબિત કરો કે, (i) $xyz = 1$ (ii) $x^a y^b z^c = 1$	
	2.	If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ than prove that, $f\big(f(x)\big) = x$.	
	૨.	જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $f\big(f(x)\big) = x$.	
	3.	If $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = 0$ than prove that, $a = b$ or $a = -b$.	
	૩.	જો $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = 0$ હોય, તો સાબિત કરો કે $a = b$ અને $a = -b$.	

Q.3	**(A)**	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**06**
	1.	Prove that $\frac{\sin A+\sin 2A+\sin 3A}{\cos A+\cos 2A+\cos 3A} = \tan 2A$	
	૧.	સાબિત કરો કે: $\frac{\sin A+\sin 2A+\sin 3A}{\cos A+\cos 2A+\cos 3A} = \tan 2A$	
	2.	Prove that $\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{2}$	
	૨.	સાબિત કરો કે:$\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{2}$	
	3.	Find the center and radius of the circle $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 2 = 0$.	
	૩.	વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 2 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.	
	(B)	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**08**
	1.	Plot the graph of $2\sin\frac{x}{3}$, $0 < x \le 3\pi$.	
	૧.	$y = 2\sin\frac{x}{3}$, $0 < x \le 3\pi$ નો આલેખ દોરો.	
	2.	Prove that $\tan^{-1}\frac{2}{3} + \tan^{-1}\frac{10}{11} + \tan^{-1}\frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$	
	૨.	સાબિત કરો કે: $\tan^{-1}\frac{2}{3} + \tan^{-1}\frac{10}{11} + \tan^{-1}\frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$	
	3.	$\bar{a} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath}$ and $\bar{b} = \hat{\imath} + \widehat{3\jmath} - 2\hat{k}$ than obtain $\lvert(\bar{a}+\bar{b}) \times (\bar{a}-\bar{b})\rvert$.	
	3.	જો $\bar{a} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath}$ અને $\bar{b} = \hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ તો $\lvert(\bar{a}+\bar{b}) \times (\bar{a}-\bar{b})\rvert$. મેળવો.	
Q.4	**(A)**	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**06**
	1.	Find $(10\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}).[(\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 2\hat{k})\times(3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - 2\hat{k})]$.	
	૧.	$(10\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}).[(\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 2\hat{k})\times(3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - 2\hat{k})]$ શોધો.	

	2.	A particle under the constant forces $(1,2,3)$ and $(3,1,1)$ is displaced from point $(0,1,-2)$ to point $(5,1,2)$. Calculate the total work done by the particle.	
	૨.	એક કણ ઉપર અચળ બળો (1, 2, 3) અને (3, 1, 1) કાર્ય કરે છે. આ બળોની અસર હેઠળ તે કણ બિંદુ (0, 1, -2) થી ખસીને (5, 1, 2) બીજા બિંદુ આગળ આવે છે. કુલ કાર્ય શોધો.	
	3.	$5x + 6y + 3 = 0$ and $x - 11y + 7 = 0$ are two intersecting lines find the angle between them.	
	3.	છેદક રેખાઓ $5x + 6y + 3 = 0$ અને $x - 11y + 7 = 0$ વચ્ચેનો લઘુકોણ શોધો.	
	(B)	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**08**
	1.	Find the unit vector perpendicular to $\bar{a} = (1,-1,1)$ and $\bar{b} = (2,3,-1)$.	
	૧.	$\bar{a} = (1,-1,1)$ અને $\bar{b} = (2,3,-1)$ ને લંબ આવેલો એકમ સદિશ મેળવો.	
	2.	Prove that angle between vectors $3\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$ and $2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ is $sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{7}}$	
	૨.	સાબિત કરો કે $3\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$ અને $2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ વચ્ચે નો ખૂણો $sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{7}}$ છે.	
	3	Find the Limit of $\lim_{x\to -1}\frac{2x^3+5x^2+4x+1}{3x^3+5x^2+x-1}$.	
	૩.	$\lim_{x\to -1}\frac{2x^3+5x^2+4x+1}{3x^3+5x^2+x-1}$ નું લક્ષ શોધો.	
Q.5	**(A)**	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**06**
	1.	Find the Limit of $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3x+5}}{\sqrt{3x+5}-\sqrt{5x+3}}$.	
	૧.	$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3x+5}}{\sqrt{3x+5}-\sqrt{5x+3}}$ નું લક્ષ મેળવો.	

	2.	Find the Limit of $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(ax) - \cos(bx)}{x^2}$.	
	૨.	$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(ax) - \cos(bx)}{x^2}$ નું લક્ષ મેળવો.	
	3.	Find the Limit of $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}$.	
	૩.	$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}$ નું લક્ષ મેળવો.	
	(B)	**Attempt any two. (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો)**	**08**
	1.	Find the equation of lines passing through point $A(3\sqrt{3}, 4)$ and making angle $\frac{\pi}{6}$ with line $\sqrt{3}x - 3y + 5 = 0$.	
	૧.	$A(3\sqrt{3}, 4)$ માંથી પસાર થતી અને રેખા $\sqrt{3}x - 3y + 5 = 0$ સાથે $\frac{\pi}{6}$ માપનો ખૂણો બનાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ મેળવો.	
	2.	Find the equation of circle passing through origin and point $(1,2)$ and whose center lies on the X-axis.	
	૨.	ઊગમબિંદુ અને $(1,2)$ માંથી પસાર થતા અને જેનું કેન્દ્ર X-અક્ષ પર હોય તેવા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.	
	3.	Find the equation of lines passing through point $A(-8, -10)$ and product of its intercepts on both axis is -40.	
	3.	$A(-8, -10)$ માંથી પસાર થતી તથા જેની બંને અક્ષો પરના અંતઃખંડો નો ગુણાકાર -40 હોય, તેવી રેખાઓ નાં સમીકરણ મેળવો.	

****